



Spis treści – Contents

Miłosz Baranowski, Jakub Miler

Analiza ekonomiczna i ekologiczna użytkowania samochodów elektrycznych w warunkach polskich5

Jarosław Robert Mikołajczyk

Determining the energy validity of the Kostetsky's hypothesis on the basis of models for relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec17

Anna Piochacz, Jarosław Robert Mikołajczyk

Determination of the thickness of anodized layer on the basis mathematical models31

Emil Smyk

Aspekty akustyczne strugi syntetyzowanej – przegląd.....41

Dariusz Mrozik, Kazimierz Peszyński

Numerical simulations using the ANSYS-FLUENT code for a flattened ventilation duct51

Michał Stopel, Adriana Guziwelakis

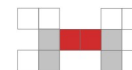
Analiza naprężeń i odkształceń powstałych w wyniku uderzenia tępym narzędziem w czaszkę ludzką63

Maciej Szews

Próba znalezienia transmitancji węzła ciernego73

Lista recenzentów prac opublikowanych w numerach 15(8)2020

oraz 16(8)2020.....81



Analiza ekonomiczna i ekologiczna użytkowania samochodów elektrycznych w warunkach polskich

Miłosz Baranowski^{1*}, Jakub Miler²

¹ Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska; e-mail: milbar002@utp.edu.pl

² Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska; e-mail: jakmil002@utp.edu.pl

* Autor korespondencyjny; e-mail: milbar002@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przeanalizowano gotowość Polski do pełnej elektryfikacji w przemyśle motoryzacyjnym. Przedstawiono infrastrukturę ładowania samochodów elektrycznych w Polsce. Porównano koszty użytkowania pojazdów z napędem spalinowym oraz elektrycznym, jak również poddano je analizie w aspekcie ekologicznym. Obiektem oceny stały się popularne samochody osobowe segmentu C. Opracowane wyniki stanowią podstawę do założenia, iż obecnie Polska nie klasyfikuje się do państw, w których transport indywidualny realizowany przy użyciu pojazdów z napędem elektrycznym jest uzasadniony.

Słowa kluczowe: samochód elektryczny, ładowanie pojazdów elektrycznych, emisja CO₂, przemysł energetyczny

Economic and ecological analysis of the use of electric cars in Polish conditions

Miłosz Baranowski^{1*}, Jakub Miler²

¹ UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland; e-mail: milbar002@utp.edu.pl

² UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland; e-mail: jakmil002@utp.edu.pl

* Correspondent author; e-mail: milbar002@utp.edu.pl

Summary: In this article there is presented the availability Poland's for full electrification in the automotive industry. The infrastructure for charging electric cars in Poland was presented. The costs of using vehicles with internal combustion and electric drives were compared, and they were also analyzed in terms of ecology. The object of the analysis was the popular C segment passenger cars. The developed results constitute the basis for the assumption that Poland is currently not classified among the countries where individual transport using electric vehicles is justified.

Key words: electric car, charging electric vehicles, CO₂ emissions, energy industry

1. Wstęp

Popularyzacja samochodów elektrycznych ma charakter zarówno ekologiczny, jak i polityczny. Rosnąca świadomość o negatywnym wpływie spalin na środowisko stanowi jedną z głównych przyczyn do wzmożenia działań na rzecz jego ochrony. Obecnie dąży się do uniezależnienia się od paliw kopalnych, w tym ropy naftowej, której zasoby są ograniczone, a ceny w dużej mierze zależą od największych światowych producentów.

Polska jako kraj członkowski Unii Europejskiej zobowiązana jest do działań zgodnych z dyrektywami Parlamentu Europejskiego, który prowadzi politykę proekologiczną, również w sektorze transportu. W związku z tym, polski rząd stara się zachęcić obywateli do zakupu pojazdów z napędem elektrycznym, a zarazem ograniczyć emisję szkodliwych substancji do atmosfery, będących następstwem pracy konwencjonalnych silników spalinowych.

W artykule przedstawiono obecny stan infrastruktury ładowania pojazdów zasilanych energią elektryczną, a także opisano stymulanty rozwoju elektromobilności w Polsce. Dokonano ponadto analizy finansowej i ekologicznej, porównując ze sobą pojazdy elektryczne i spalinowe. Głównym celem pracy było określenie efektywności ekonomicznej i ekologicznej użytkowania pojazdu elektrycznego w warunkach polskich.

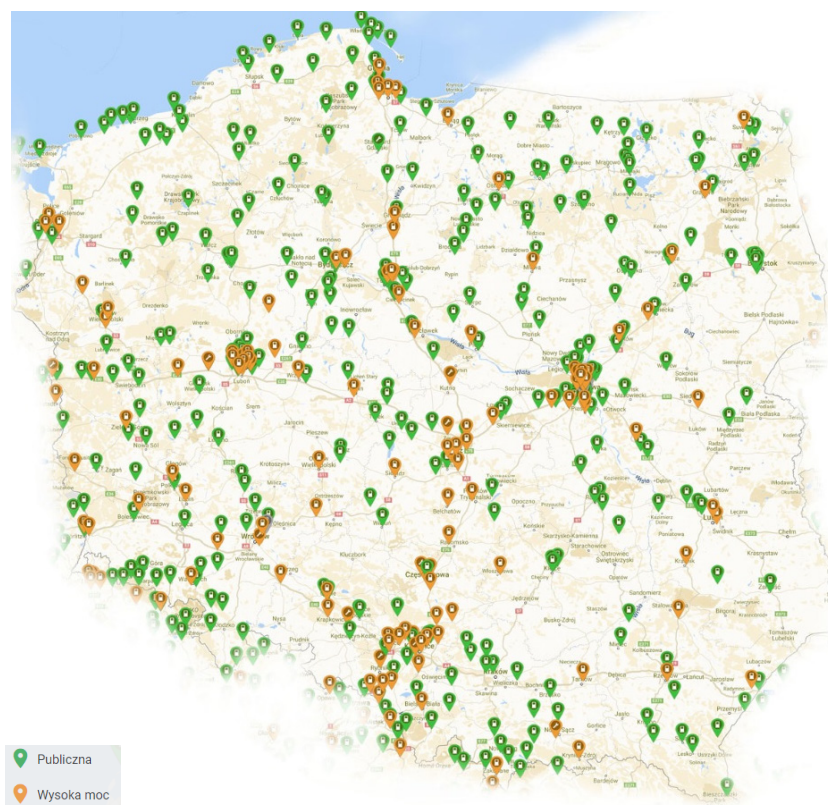
2. Infrastruktura ładowania pojazdów elektrycznych oraz stymulanty rozwoju elektromobilności w Polsce

Bezpośredni wpływ na rozwój użytkowania pojazdów elektrycznych na terenie Polski ma stan infrastruktury ładowania. Średni zasięg pojazdów z niekonwencjonalnym rodzajem napędu wynosi od około 200 do 400 kilometrów, dlatego dla komfortowego podróżowania wymagana jest wysoko rozwinięta infrastruktura. W Polsce wyróżnia się dwa rodzaje urządzeń umożliwiających naładowanie akumulatora pojazdu elektrycznego lub hybrydowego, nazywane punktami ładowania. Należą do nich:

- punkty ładowania o mocy normalnej – wyposażone w urządzenia o mocy ładowania od 3,7 kW do 22 kW (stacje prądu zmiennego AC);
- punkty ładowania o mocy dużej – większej niż 22 kW (stacje prądu stałego DC).

Punkt ładowania stanowi element infrastruktury drogowego transportu publicznego, który definiuje również występowanie wyznaczonego miejsca postojowego oraz jednostki monitorującej i sterującej ładowaniem, przystosowanej do pobierania opłat. Lokalizacja stacji ładowania zależna jest od obiektów wpływających na zwiększenie ruchu pojazdów, zatem najczęściej ładowarek znaleźć można przy drogach publicznych, na terenie parkingów oraz stacji benzynowych, przy centrach handlowych oraz innych obiektach, takich jak: parki, stacje serwisowe i restauracje.

Zgodnie z rozporządzeniem Parlamentu Europejskiego i Rady nr 2014/94/UE do końca 2020 roku we wszystkich państwach członkowskich UE na każde 10 zarejestrowanych pojazdów elektrycznych musi przypadać jeden publiczny punkt ładowania, co jest zgodne z aktualną sytuacją w Polsce. Według danych Polskiego Stowarzyszenia Paliw Alternatywnych w czerwcu 2020 roku w naszym kraju zasilono w energię elektryczną 1131 punktów ładowania, w tym 772 stacji prądu zmiennego. Nie należy jednak brać pod uwagę tej liczby jako liczby stacji ładowania, ponieważ większość z tych punktów stanowi gniazda o napięciu 230 V udostępnione do użytku zewnętrznego. Na rysunku 1 przedstawiono rozmieszczenie ładowarek na terenie Polski [2, 4, 5].

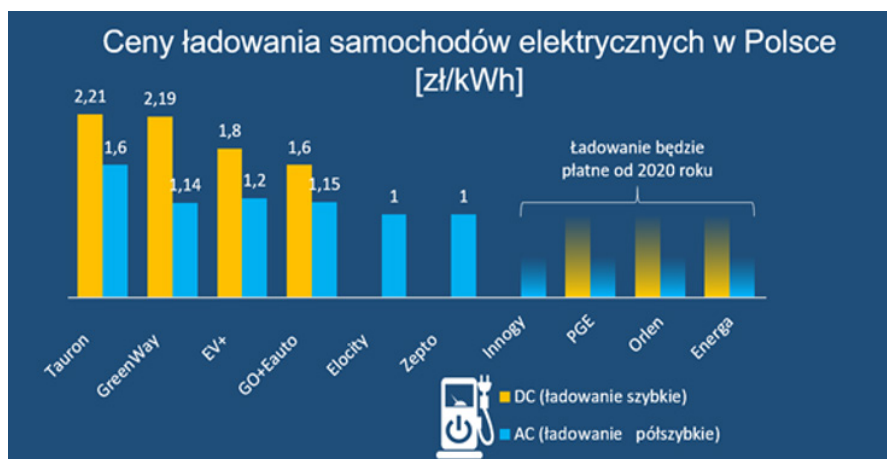


Rys. 1. Mapa stacji ładowania na terenie Polski [6]

Fig. 1. Map of charging stations in Poland [6]

Na południowo-wschodnim oraz północno-zachodnim obszarze kraju występuje znacząco mniejsza liczba stacji szybkiego ładowania, co utrudnia komfortowe podróżowanie pojazdem z napędem elektrycznym. W naszym kraju zdecydowanie łatwiejsze jest planowanie podróży krótkodystansowych dzięki większej liczbie punktów ładowania wysokiej mocy rozmieszczonych wokół dużych aglomeracji miejskich. Na tle krajów Unii Europejskiej Polska ze względu na stan infrastruktury (z wyszczególnieniem stacji szybkiego ładowania) zajmuje 17. miejsce [7].

Koszt podróży pojazdem z niekonwencjonalnym napędem zależy głównie od parametrów silnika elektrycznego stosowanego w konkretnym pojeździe oraz od bieżących cen energii elektrycznej, a więc idzie stawek ustanowionych przez operatorów będących właścicielami punktów ładowania (rys. 2) [8].



Rys. 2. Ceny ładowania pojazdów elektrycznych w Polsce z podziałem na operatorów [8]

Fig. 2. Vehicle charging prices in Poland divided into operators [8]

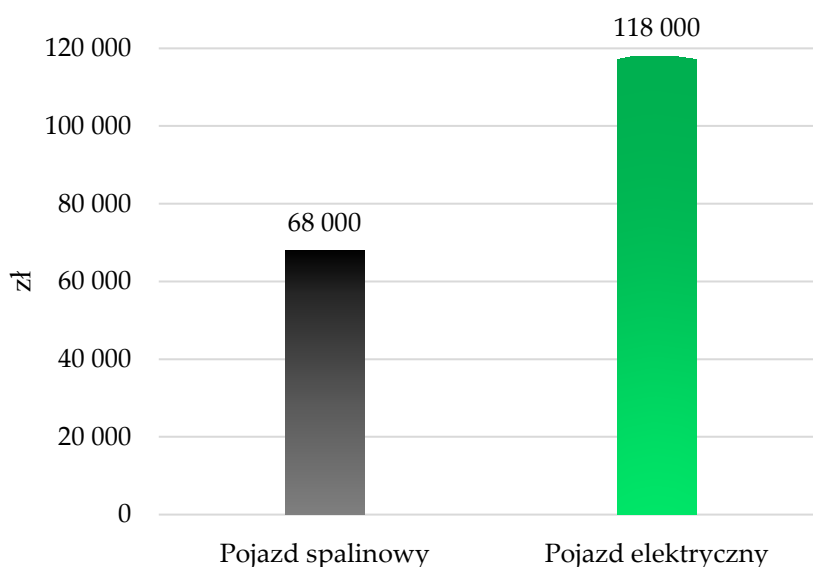
Czas ładowania akumulatora w pojeździe uzależniony jest natomiast od jego pojemności, mocy ładowarki oraz rodzaju prądu ładowania (prądu zmiennego AC lub stałego DC). Najkrótszy czas akumulacji energii ma miejsce dzięki wykorzystaniu prądu stałego DC.

W ustawie o elektromobilności i paliwach alternatywnych z dnia 11 stycznia 2018 roku określono przywileje i udogodnienia płynące z posiadania pojazdu z napędem elektrycznym. Celem ich sformułowania było zachęcenie do zakupu takiego pojazdu, co skutkować miało by pozytywnym wpływem na jakość środowiska oraz rozwoju szeroko rozumianej elektromobilności. Jednym z udogodnień dla posiadaczy pojazdów BEV (ang. *Battery Electric Vehicle*) jest prawo do poruszania się buspasami, czyli pasami ruchu wyznaczonymi dla ruchu pojazdów komunikacji miejskiej. Przywilej ten umożliwia uniknięcie zatorów drogowych, co skutkuje krótszym czasem podróży. Kolejną zaletą posiadania pojazdu z napędem elektrycznym jest darmowe parkowanie w strefach płatnego parkowania na terenie całego kraju. Są to korzyści płynące z posiadania pojazdu o napędzie niekonwencjonalnym, natomiast oprócz nich zostały również uchwalone postulaty stanowiące zachętę do zakupu takiego pojazdu. Jedną z zachęt stanowi zwolnienie z obowiązku opłacenia podatku akcyzowego przy zakupie pojazdu elektrycznego lub hybrydowego [4].

Uchwalona przez sejm ustawa z dnia 6 czerwca 2018 przyczyniła się do powstania w Polsce Funduszu Niskoemisyjnego Transportu. Jest to organizacja wspierająca finansowo projekty związane z elektromobilnością. W wyniku utworzenia tej organizacji powstało rozporządzenie związane z dofinansowaniem zakupu nowego pojazdu BEV przez klientów indywidualnych. Dopłata do kupowanego pojazdu stanowiła 30% jego ceny katalogowej, przy czym nie mogła wynosić więcej niż 37 500 złotych. W przypadku zakupu samochodu przez firmę maksymalna cena kupowanego pojazdu wynosiła 125 000 złotych netto. W 2020 roku z projektu skorzystało 344 beneficjentów. Ze względu na małe zainteresowanie dofinansowaniem spowodowane pandemią koronawirusa Narodowy Fundusz Środowiska i Gospodarki Wodnej przewiduje modyfikację i ogłoszenie nowych programów dofinansowań w pierwszym kwartale 2021 roku [4].

3. Analiza ekonomiczna

Rozwój technologii, a także zaostrzane normy emisji spalin oraz polityka proekologiczna przyczyniły się do spopularyzowania napędów elektrycznych, które stały się alternatywą dla konwencjonalnych układów napędowych wyposażonych w silniki spalinowe. Dla potencjonalnego użytkownika pojazdu z napędem wykorzystującym energię elektryczną istotnym czynnikiem będą koszty związane z eksploatacją auta. Biorąc pod uwagę, iż samochody elektryczne są zdecydowanie droższe od swoich spalinowych odpowiedników (rys. 3), należy przeanalizować, czy oszczędności wynikające z użytkowania pojazdu elektrycznego są w stanie pokryć różnicę w cenie. W celu ekonomicznego uzasadnienia wyboru samochodu z napędem elektrycznym oblicza się koszty całkowite, jakie poniesie kupujący podczas okresu jego eksploatacji oraz porównuje się je z kosztami użytkowania samochodu z napędem konwencjonalnym. W związku z powyższym przygotowano analizę obejmującą popularne w Polsce samochody osobowe segmentu C z napędem elektrycznym oraz spalinowym. Przyjęto roczne przebiegi pojazdów na poziomie 20 000 km, podczas 5-letniej eksploatacji w warunkach polskich [9, 10].

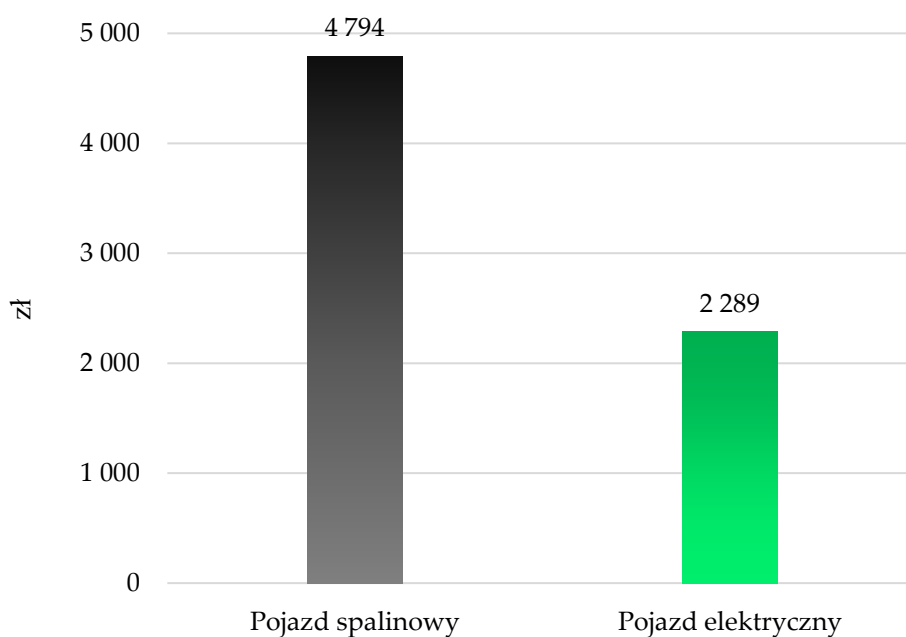


Rys. 3. Cena zakupu nowego pojazdu z napędem spalinowym oraz elektrycznym [9, 10]

Fig. 3. The purchase price of a new vehicle with internal combustion and electric drive [9, 10]

Nowy samochód z napędem elektrycznym jest o ok. 73% droższy od swojego benzynowego odpowiednika. Biorąc pod uwagę planowane rządowe dofinansowania do zakupu pojazdów elektrycznych, cena ta może ulec pomniejszeniu o wartość 19 000 zł. Wówczas koszt kupna analizowanego pojazdu typu BEV wyniósłby 99 000 zł, stanowiąc tym samym blisko 146% ceny pojazdu z napędem konwencjonalnym, co może zdecydowanie zmniejszać popyt, a zarazem ograniczać rozwój elektromobilności w Polsce. Kluczowym aspektem w tym kontekście jest rozkład kosztów wynikający z wieloletniej eksploatacji pojazdu. Samochody z napędem elektrycznym cechują się

prostą konstrukcją, gdyż w porównaniu z pojazdami wyposażonymi w silnik spalinowy nie posiadają układów takich jak np.: układ dolotowy, wydechowy czy też układ chłodzenia i smarowania silnika. Mniejsza liczba części podlegających obsłudze technicznej to również mniejsze koszty, jakie poniesie użytkownik. Na rys. 4 przedstawiono przybliżone koszty serwisowania samochodów z różnymi rodzajami napędu, w zakładanym pięcioletnim okresie eksploatacji [3].



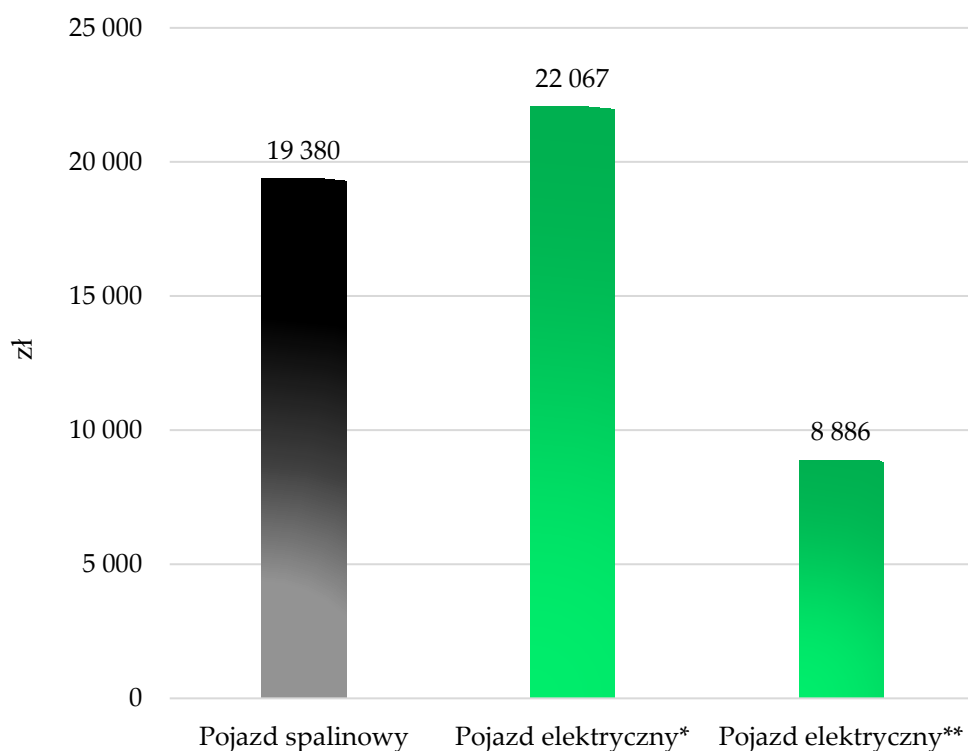
Rys. 4. Średni koszt serwisowania pojazdu spalinowego oraz elektrycznego w 5-letnim okresie eksploatacji [3]

Fig. 4. Average maintenance cost an internal combustion and electric vehicle over a 5-year period of operation [3]

W kwestii finansowej ważnym aspektem użytkowania pojazdu jest również koszt przejechania danego dystansu. Obecne silniki spalinowe charakteryzują się niewielkim zużyciem paliwa, wynikającym z udoskonalenia dobrze znanych konstrukcji. Samochód segmentu C wyposażony w benzynowy silnik o mocy 115 KM i pojemności 1197 cm³ zużywa średnio 4,75l/100 km w cyklu mieszanym [9]. Podobnej klasy pojazd z napędem elektrycznym o mocy 149KM cechuje się poborem energii wynoszącym 14,81 kWh/100 km [11].

Na podstawie średnich cen paliwa (4,08 zł) i energii elektrycznej na płatnych stacjach ładowania (1,49 zł) obliczono koszt przejechania 100 tys. kilometrów pojazdem z silnikiem benzynowym oraz elektrycznym (rys. 5) [8, 12, 13].

Analiza ekonomiczna i ekologiczna użytkowania samochodów elektrycznych
w warunkach polskich



* Ładowanie pojazdu na płatnych stacjach

** Ładowanie pojazdu z domowego przyłącza

Rys. 5. Średni koszt przejechania 100 000 km w cyklu mieszanym [8, 12, 13]

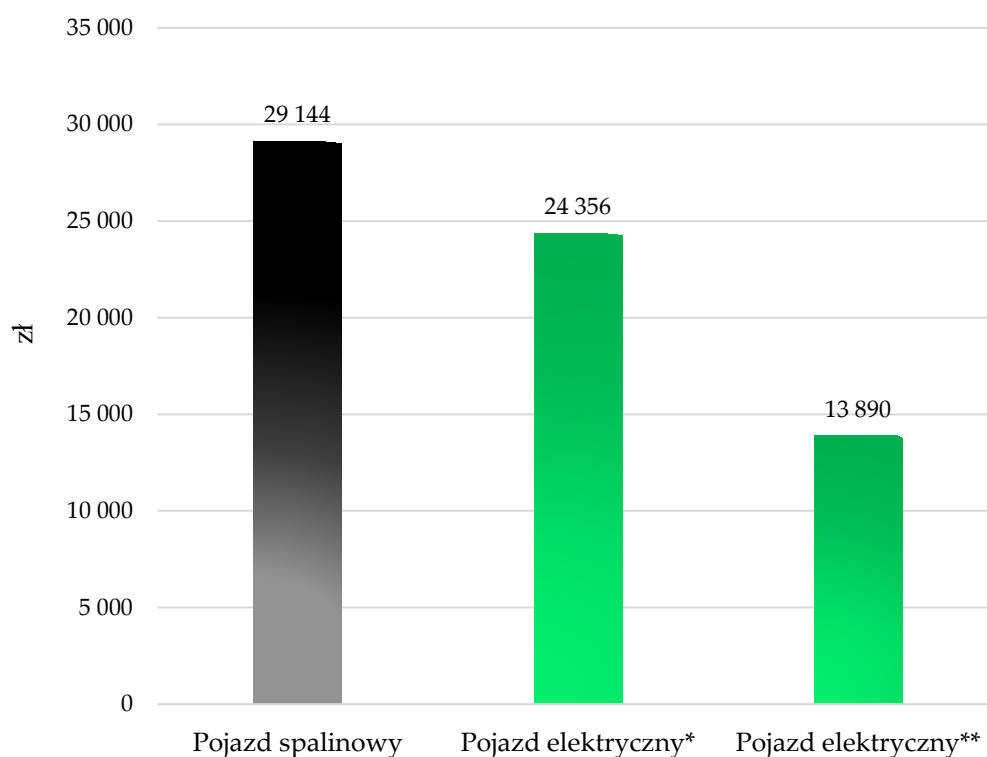
Fig. 5. Average cost of traveling 100,000 km in the combined cycle [8, 12, 13]

Przy obecnych cenach paliwa oraz energii elektrycznej na płatnych stacjach ładowania podróżowanie pojazdem elektrycznym jest blisko 14% droższe niż samochodem z silnikiem benzynowym. Sytuacja zmienia się diametralnie w przypadku zaopatrywania akumulatora w energię z domowego przyłącza. Wykorzystując tylko ten sposób ładowania, koszt przejazdu może wynieść mniej niż połowę ceny, którą należałoby zapłacić za benzynę. Jest to jednak rozwiązanie wykluczające dalsze podróże z uwagi na ograniczony zasięg pojazdu i najlepiej sprawdzi się w przejazdach krótkodystansowych, np. na terenie miasta.

Do kosztów związanych z eksploatacją można dodać również obowiązkowe ubezpieczenie OC, które dla kierowcy bez zniżek w przypadku pojazdu elektrycznego wynosi około 543 zł, natomiast dla spalinowego 994 zł. W okresie 5 lat użytkowania będą to odpowiednio sumy 2715 zł oraz 4970 zł [13].

Istotnym czynnikiem jest również utrata wartości pojazdu, której koszt poniesie kupujący. Ze względu na znaczące różnice wartości - zależnej od producenta, wersji wyposażenia czy też stanu technicznego pojazdu, nie uwzględniono tej składowej.

Na rysunku 6 przedstawiono sumaryczne średnie koszty użytkowania pojazdu w okresie 5-letniej eksploatacji w zależności od zastosowanej technologii napędowej. Składowymi kosztów całkowitych są w tym przypadku: koszt serwisowania, koszt paliwa oraz ubezpieczenia OC.



* Ładowanie pojazdu na płatnych stacjach

** Ładowanie pojazdu z domowego przyłącza

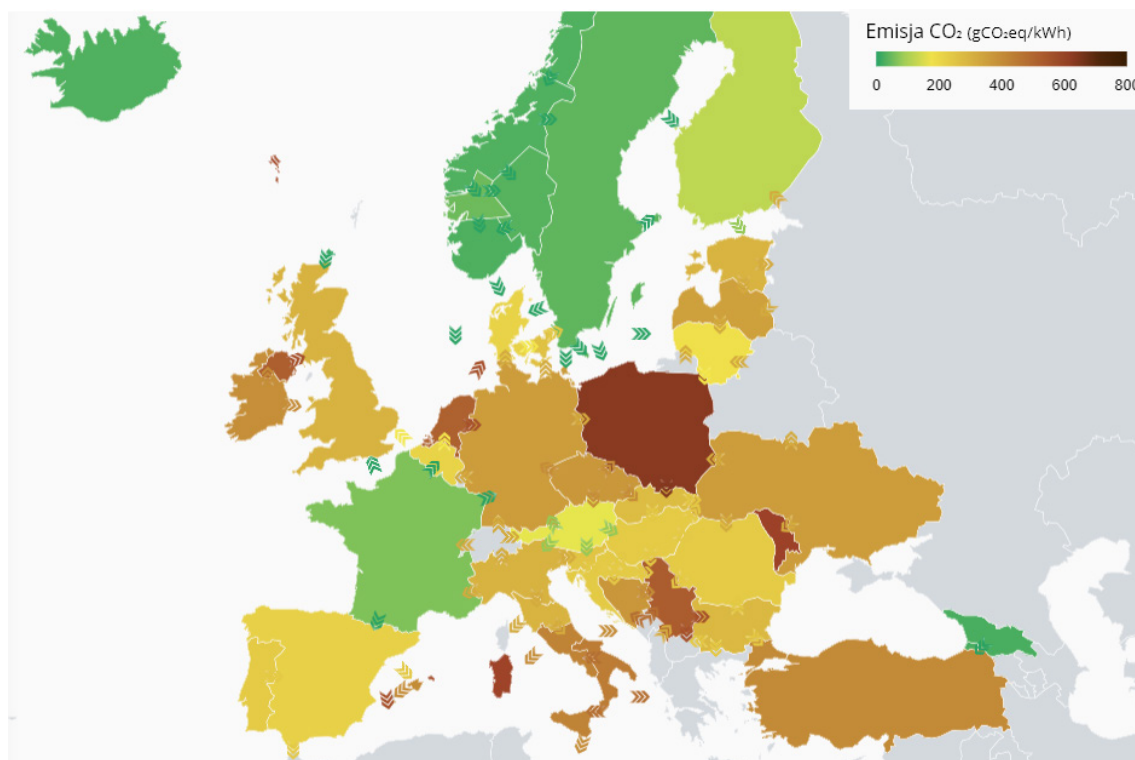
Rys. 6. Średnie koszty całkowite użytkowania pojazdu w 5-letnim okresie eksploatacji [3, 8, 12–14]

Fig. 6. Average total cost of using a vehicle over a 5-year service life [3, 8, 12–14]

4. Analiza ekologiczna

Obserwowany wzrost zainteresowania pojazdami z napędem elektrycznym jest warunkowany m.in. potrzebą redukcji szkodliwych związków emitowanych do atmosfery przez samochody zasilane silnikami spalinowymi, gdyż środki transportu wykorzystujące energię elektryczną pozwalają na zasadniczo bezemisyjne przemieszczanie się. Jednakże prąd konieczny do zasilania tego typu pojazdów produkowany jest w elektrowniach konwencjonalnych.

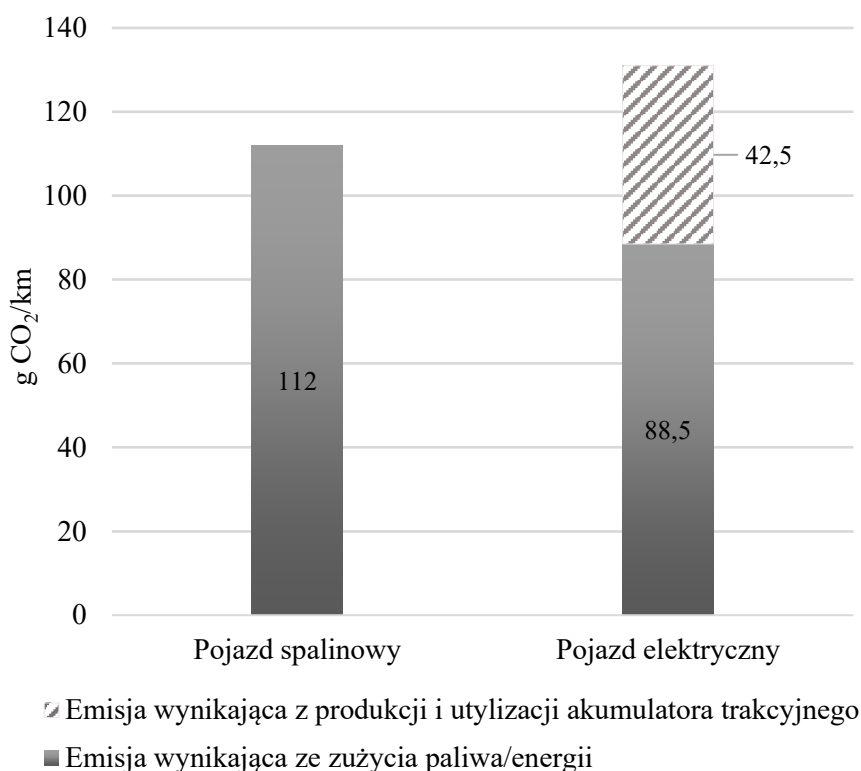
W Polsce aż 63% wyprodukowanej energii elektrycznej pochodzi ze spalania węgla. Elektrownie węglowe są zatem głównym emitentem CO₂ w ogólnokrajowej gospodarce energetycznej. Na każdą kilowatogodzinę wyprodukowanej energii przypada aż 598 g CO₂ wydzielanego do atmosfery (rys. 7). Dla porównania, państwa takie jak Szwecja oraz Norwegia cechujące się wysokorozwiniętą technologią odnawialnych źródeł energii emitują mniej niż 50 g CO₂/kWh wytworzonej energii, a w południowo-zachodniej części Norwegii emisja wynosi zaledwie 27 g CO₂/kWh [14].



Rys. 7. Emisja CO₂ na kWh wyprodukowanej energii w wybranych europejskich państwach [15]
Fig. 7. CO₂ emissions per kWh of energy produced in selected European countries [15]

Rzeczywisty wpływ użytkowania samochodu elektrycznego na emisję CO₂ można zobrazować prostym przykładem. Jeden z najpopularniejszych samochodów klasy kompakt z napędem elektrycznym zużywa średnio 0,148 kWh/km [11]. Można zatem przyjąć, że w warunkach polskich pośrednio emituje on 88,5 g CO₂ na każdy kilometr przebytej drogi. Samochód tego samego segmentu wyposażony w turbodoładowany silnik benzynowy o pojemności 1,0 litra charakteryzuje się emisją CO₂ na poziomie 112 g/km [9]. Dane pokazują, że pomimo nieekologicznej gospodarki energetycznej w Polsce samochód z napędem elektrycznym emituje mniej dwutlenku węgla do atmosfery niż swój benzynowy odpowiednik.

W rozważaniach dotyczących emisji CO₂ należy również wziąć pod uwagę fakt, iż produkcja oraz recykling akumulatorów trakcyjnych wpływają na zwiększenie emisji dwutlenku węgla. Szacuje się, że na każdą kilowatogodzinę pojemności akumulatora przypada od 145 do 195 kg emitowanego CO₂ [15]. Dla standardowego samochodu elektrycznego wyposażonego w baterie o pojemności 40 kWh wartość wyemitowanego CO₂ na potrzeby produkcji oraz utylizacji akumulatorów wynosi zatem między 5800 a 7800 kg. Zakładając średni czas żywotności baterii na poziomie 8 lat oraz roczne przebiegi rzędu 20 000 km, można podaną wartość przedstawić w postaci cząstkowej emisji CO₂ wynoszącej w tym przypadku dodatkowe 36,25–48,75 g/km. Dodając do tego wartość wynikającą ze zużycia energii koniecznej do jazdy otrzymuje się łącznie 124,75–137,25 g CO₂/km, co jest wyraźnie wyższą wartością w porównaniu z niewielką jednostką spaliniową (rys. 8) [1, 9, 11, 15].



Rys. 8. Emisja g CO₂/km w zależności od rodzaju napędu [1, 9, 11, 15]

Fig. 8. Emission g CO₂/km depending on the type of drivetrain [1, 9, 11, 15]

5. Podsumowanie

Obecna prośrodowiskowa polityka państw Unii Europejskiej zakłada wyeliminowanie pojazdów zasilanych silnikami spalinowymi i zastąpienie ich samochodami z napędem elektrycznym. Przeprowadzona analiza nie wykazuje jednak całkowitej słuszności tego założenia w Polsce. Pojazdy elektryczne w sposób pośredni również emitują dwutlenek węgla do atmosfery w ilości większej niż pojazd spalinowy, co wynika zarówno ze struktury przemysłu energetycznego w Polsce, jak i wysoce energochłonnej produkcji akumulatorów. Idea wykorzystania prądu, jako paliwa dla samochodu, ma sens jedynie w państwach cechujących się wysokorozwiniętą technologią pozyskiwania energii ze źródeł odnawialnych. Obecnie przemysł energetyczny w Polsce bazuje na wykorzystaniu paliw kopalnych, które znacząco przyczyniają się do zanieczyszczania powietrza. W związku z tym w warunkach polskich użytkowanie samochodu elektrycznego nie ma charakteru przyjaznego dla otoczenia.

Ponadto pojazd wyposażony w napęd elektryczny jest zdecydowanie droższy od swojego spalinowego odpowiednika. Częściowo rekompensuje to fakt, iż serwisowanie pojazdów elektrycznych może być nawet o połowę tańsze, niż samochodu z silnikiem spalinowym, jednak okres zwrotu zainwestowanych pieniędzy może okazać się zbyt długi dla potencjalnego nabywcy. Także koszt energii elektrycznej

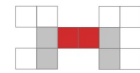
na stacjach ładowania przewyższa koszt paliwa konieczny do pokonania tego samego dystansu. Odpowiadająca analogicznej ilości paliwa energia elektryczna jest bowiem o blisko 14% droższa. Jedynie korzystając z domowego przyłącza można znacząco ograniczyć wydatki ponoszone na energię. Ładowanie z domowego punktu zasilania obniża koszty o 54% w stosunku do podróżowania samochodem z napędem spalinowym.

Biorąc pod uwagę obecnie istniejącą infrastrukturę ładowania pojazdów elektrycznych, a przede wszystkim strukturę przemysłu energetycznego, stwierdzono brak gotowości do całkowitego uniezależnienia się przemysłu motoryzacyjnego od paliw kopalnych w Polsce.

Bibliografia

- [1] Buchal, Ch., Karl, H.-D., Sinn, H.-W., "KohleMotoren, WindMotoren und Dieselmotoren: Was zeigt die CO₂-Bilanz?", Vol. 72, 25 kwietnia 2019 r.
- [2] Figura, R., Sadowski, S., Siroi, R., „Stacje szybkiego ładowania dla pojazdów elektrycznych”, *Autobusy. Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe* 220(6), (2018): 836–842.
- [3] Materiały informacyjne firmy Yama Sp. z oo.
- [4] Ustawa z dnia 11 stycznia 2018 r. o elektromobilności i paliwach alternatywnych. Dz.U. 2018 poz. 317.
- [5] www.udt.gov.pl/systemy-ladowania (dostęp: 05.2020).
- [6] www.electronite.eu/gdzie-w-polsce-mozna-znalezc-stacje-ladowania-samochodow-elektrycznych/ (dostęp: 01.2020).
- [7] www.wysokienapiecie.pl/14252-zakazy-kontrol-kierowcy-przesiada-sie-elektrykow/ (dostęp: 01.2020).
- [8] www.wysokienapiecie.pl/25501-darmowe-ladowanie-samochodow-elektrycznych-sie-konczy-ile-zaplacimy/ (dostęp: 01.2020).
- [9] <https://www.nissan.pl/pojazdy/nowe-pojazdy/pulsar/specifications.html> (dostęp: 03.06.2020).
- [10] <https://www.nissan.pl> (dostęp: 20.07.2020).
- [11] <https://www.nissan.pl/pojazdy/nowe-pojazdy/leaf/konfigurator.html#configure/BAG8/Am4/engine> (dostęp: 03.06.2020).
- [12] <https://www.e-petrol.pl/notowania/rynek-krajowy/ceny-stacje-paliw> (dostęp: 03.06.2020).
- [13] <https://zaradnyfinansowo.pl/ceny-pradu/> (dostęp: 08.01.2020).
- [14] <https://mubi.pl> (dostęp: 03.06.2020).
- [15] <https://www.electricitymap.org/map> (dostęp: 03.06.2020).





Determining the energy validity of the Kostetsky's hypothesis on the basis of models for relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec

Jarosław Robert Mikołajczyk

Stanisław Staszic University of Applied Sciences in Piła, Poland;
e-mail: jmikolajczyk@puss.pila.pl

Summary: The paper examines the dependence of the temperature of friction node of conformal contact on the amount of electric power consumption. It presents arguments confirming the validity of Kostetsky's energy hypothesis. R software was applied to the above-mentioned analysis.

Key words: surface texture, surface layer, base oil, oil additives, electric power

1. Introduction

From an energetic point of view friction is a process in which mechanical energy (the work of forces maintaining bodies under friction in motion) is converted into other forms of energy. What are the proportions of the conversion of this energy into other forms of energy, and on what they depend – are the questions that have been bothering tribologists for many years. This paper presents arguments confirming the validity of Kostetsky's hypothesis [4–6]. R software was applied to the above-mentioned analysis [1–3, 7].

The energetic hypothesis of friction was first presented by Kuznetsov [8] who stated that all friction work is spent on formulating a new friction surface. He also tried to link the coefficient of friction with the effects of friction in the form of wear. This energetic hypothesis was further developed by Kostetsky [5], who, on the basis of the first law of thermodynamics, provided the following relationship as regards the energy balance in the area of friction. The work of external forces supplied to a given system of the mating friction pair is converted into the following components:

- heat given off at friction;
- work of shifting and sliding of the boundary layer;
- gain of the internal energy of the tribological system;
- surface energy gain;
- energy of external dispersion.

In addition, Kostetsky distinguishes – depending on certain friction parameters (to be precise on the amount of normal load and on sliding velocity) – the so-called normal friction and pathological friction. In his view, for a normal friction, almost the whole work of friction forces is converted into heat, and the main processes taking place in the contact zone are boundary layer slip and elastic deformation of friction work materials. And during a pathological friction there are phenomena such as ridging, tacking, push broaching, and major processes in the contact zone include:

- plastic deformation of the surface layer in a macro scale;
- molecular interaction;
- various mechanisms of destroying the macro-volume of the surface layer material.

According to Kostetsky, the amount of friction force during a pathological friction depends mainly on the structure of the material and condition of the rubbing surfaces.

2. Test conditions

Values which constitute the set of input factors were selected on the basis of gathered literature information and preliminary tests:

- average relative motion velocity v ;
- type of lubricating compound.

The average velocity of relative motion amounted to: 0.08 m/sec. Samples with a counter-sample were mating at the external load of 600 N which – for the contact

surface of samples with a counter-sample amounting to 300 mm^2 – corresponds to the theoretical pressure in the contact zone of 2.0 MPa.

Taking into account the material of samples and counter-sample the following hardness of samples was adopted: 40 HRC, and for a counter-sample: 60 HRC.

Constant factors included the construction material of samples, i.e. steel 102Cr6 (NC6). This steel is characterized by, inter alia, a small hardness straggling after heat treatment, therefore, in order that the hardness of samples is within a narrow range, this material was selected for testing. Samples were in the shape of a cube measuring $10 \times 10 \times 10$ [mm].

It was assumed that the material of a counter-sample and its hardness (H) remained unchanged during the tests. Thus, these features of samples were also included into the constant factors. A counter-sample was made of steel X210Cr12 (formerly NC11) quenched to the hardness of 60 ± 2 HRC. The hardness of the counter-sample was much greater than the hardness of samples in order that the process of wear could be directed, and results of transformation of the surface layer could be visible primarily on samples. The condition of the surface texture of the counter-sample was periodically controlled – its texture did not show any significant symptoms of wear.

Conditions of treatment of tested elements were also accepted as constant factors – ground surface, friction face equal to $L = 2000$ m, pressure force of the counter-sample onto samples $F = 600$ N, work temperature (temperature in which the transformation of the surface layer took place) equal to the ambient temperature: 20°C .

Random, uncontrolled input factors – disturbances include inter alia:

- vibration resulting from deviations of structure elements of the test rig;
- contamination of the work environment;
- diversification of geometric surface structure of samples caused for example by the process of wear of tools during the treatment;
- variation of the pressure force resulting from the installation deviation of the spring deflection as well as progressive wear of samples;
- samples hardness straggling caused for example by heterogeneity of the samples material in its whole volume.

Tests were carried out on the rig presented in Fig. 1 and 2. Tested samples were fixed in three grooves every 120° on the face the bush stabilizing samples in order to ensure a reliable and uniform three-surface pressure of mating elements.

Tests were conducted for SN-150 pure oil base [8, 10]. Presentation of variations of temperature and power input – Fig. 3 and 4.

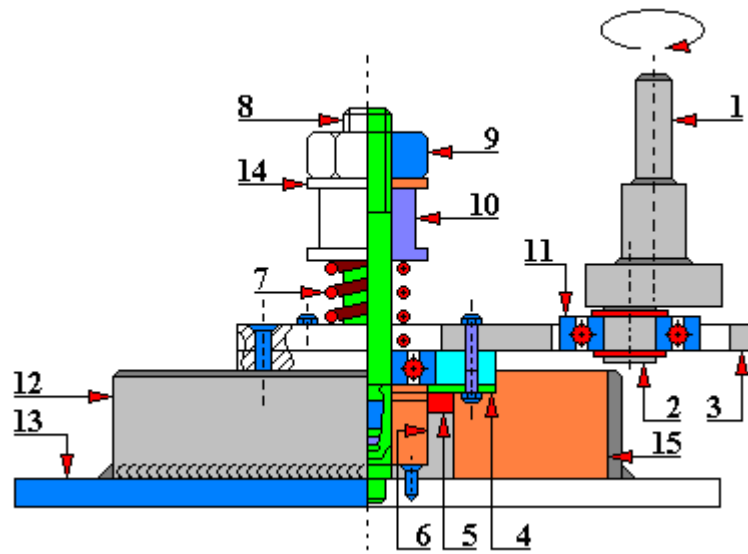


Fig. 1. Structural form of the test rig. 1 – eccentric handle; 2 – eccentric; 3 – lever, 4 – counter-sample; 5 – tested samples, 6 – samples stabilizing bush; 7 – spring; 8 – central screw; 9 – nut; 10 – distance bush; 11 – single-row ball bearing; 12 – pipe jacket; 13 – steel plate of the base; 14 – washer; 15 – tested lubricating compound [own study]

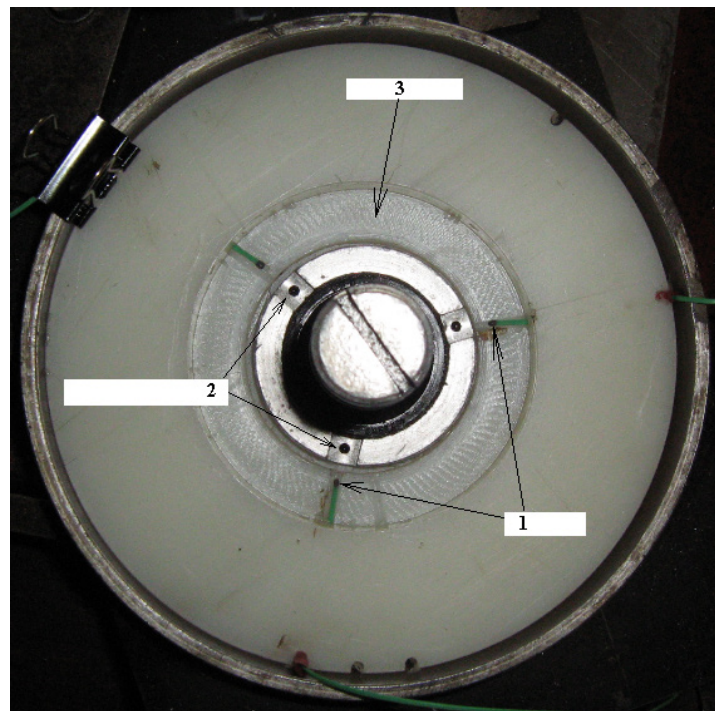


Fig. 2. Distribution of thermocouples in an oil chamber. 1 – thermocouples; 2 – place of fixing samples; 3 – oil chamber [own study]

Determining the energy validity of the Kostetsky's hypothesis on the basis of models for relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec

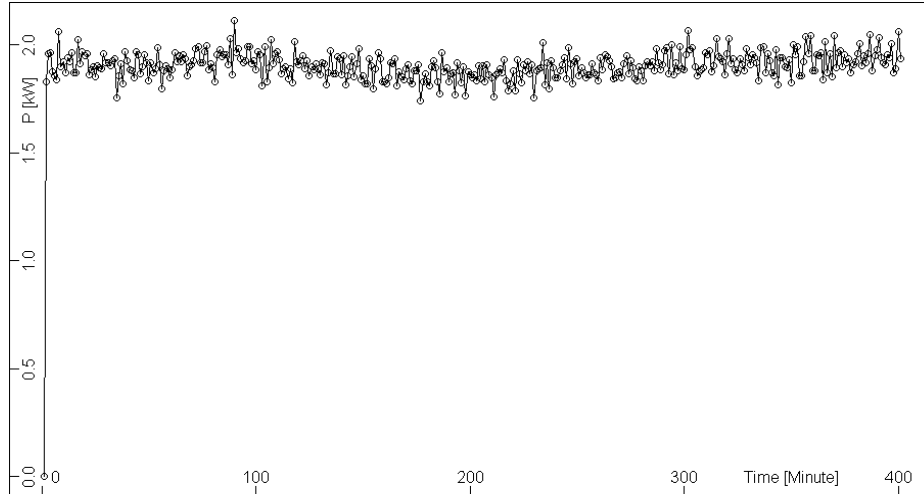


Fig. 3. A plot generated in R software referring to the power input for the 100% SN-150 (pure oil base). Relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec; path of friction $L = 2000$ m; on the vertical axle – power consumption in [kW] [own study]

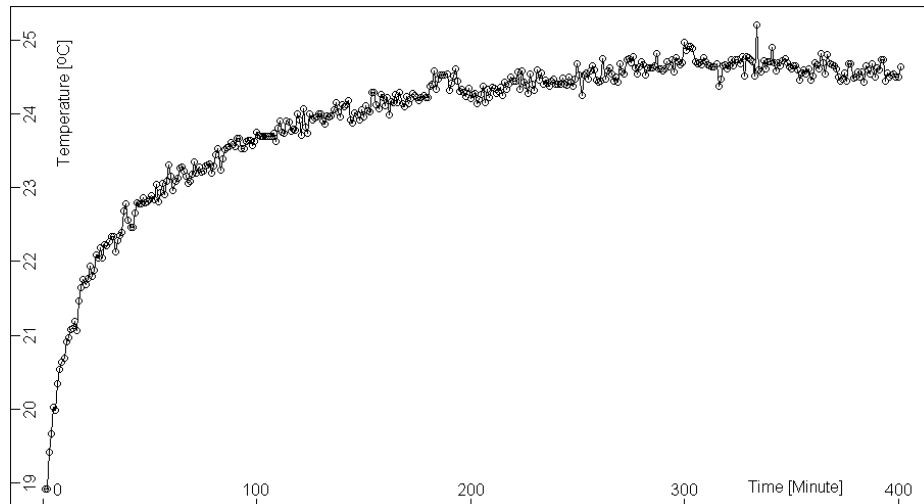


Fig. 4. Presentation of variations of temperature. 100% SN-150 (pure oil base). Relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec; path of friction $L = 2000$ m [own study]

3. Tests results

Three polynomial models were built for the measured power consumption values P [kW] on the path of friction $L = 2000$ m:

- model No. 1 (power-friction path) – first order straight regression (Fig. 5);
- model No. 2 (power-friction path) – second-degree curvilinear regression (Fig. 6);
- model No. 3 (power-friction path) – third-degree curvilinear regression (Fig. 7).

Next, three polynomial models were also built for the measured temperature values T [°C] on the path of friction $L = 2000$ m:

- model No. 4 (temperature-friction path) – second curvilinear regression (Fig. 8);
- model No. 5 (temperature-friction path) – third-degree curvilinear regression (Fig. 9);
- model No. 6 (temperature-friction path) – fourth-degree curvilinear regression (Fig. 10).

After determining the values of model coefficients their diagnostics was performed in order to check the match of measured results.

One model best suited to the measured values P [kW] was selected from the set of models 1, 2 and 3. Similarly, one model best suited to the measured values T [°C] was selected from the set of models 4, 5 and 6.

Based on the description of fitting of above-mentioned models and organoleptic tests of these models' graphs, the following models were adopted as models adequate to the measured power and temperature values:

- for power P , model No. 2 determined by the equation:

$$y = 0.1678 \cdot x^2 + 0.2893 \cdot x + 1.9004$$

- for temperature T , model No. 5 determined by the equation:

$$y = 4.815 \cdot x^3 - 10.268 \cdot x^2 + 16.492 \cdot x + 23.931$$

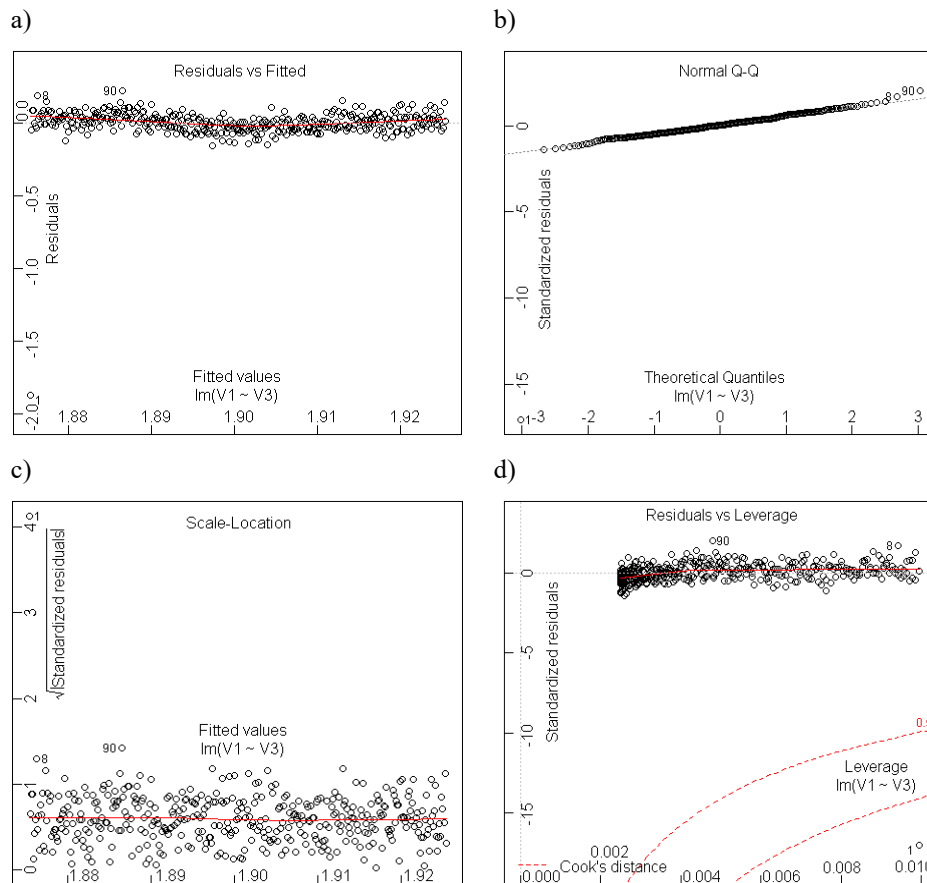


Fig. 5. Diagnostic graphs for model No. 1 (power-friction path, straight regression) [own study]

Determining the energy validity of the Kostetsky's hypothesis on the basis of models for relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec

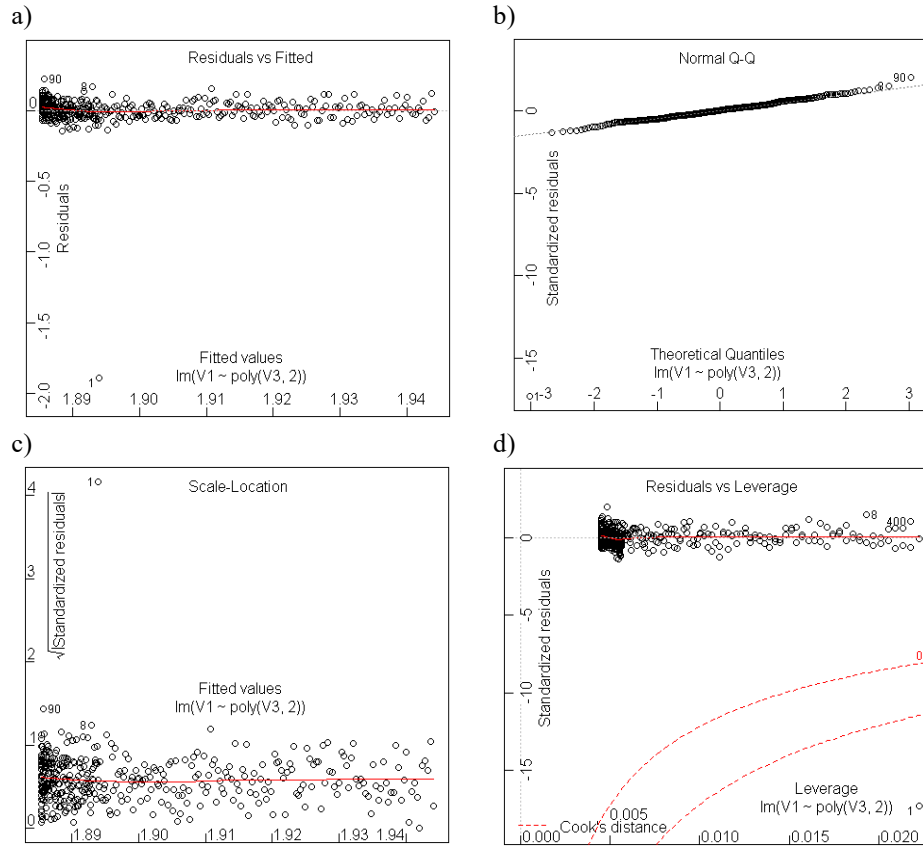


Fig. 6. Diagnostic graphs for model No. 2 (power-friction path, second degree curvilinear regression) [own study]

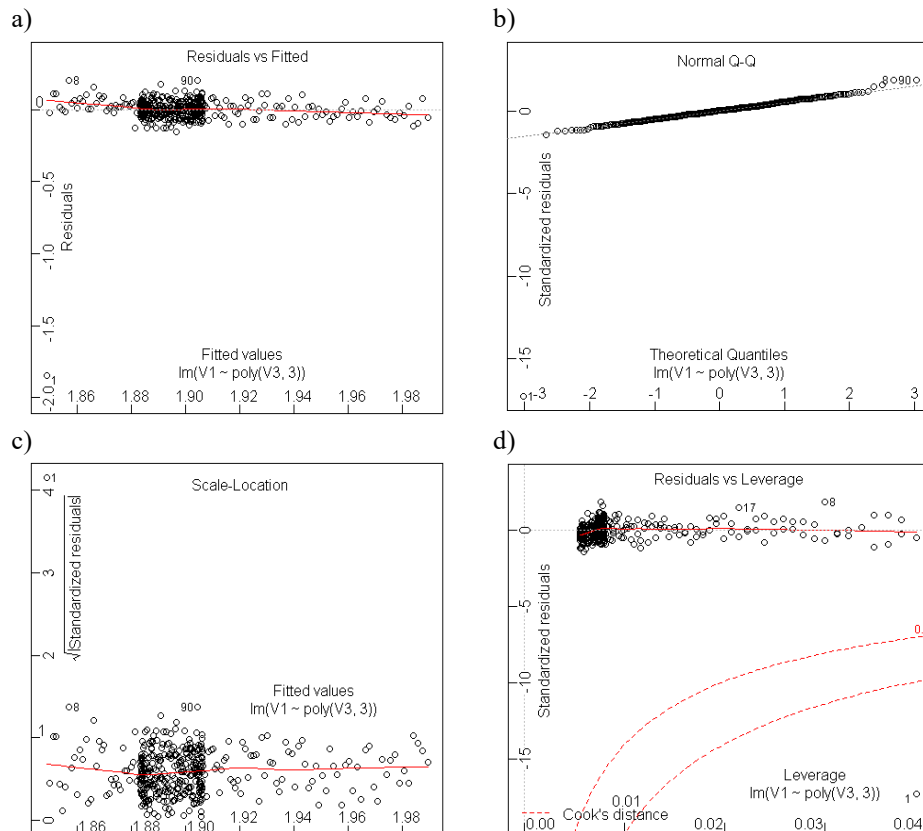


Fig. 7. Diagnostic graphs for model No. 3 (power-friction path, third degree curvilinear regression) [own study]

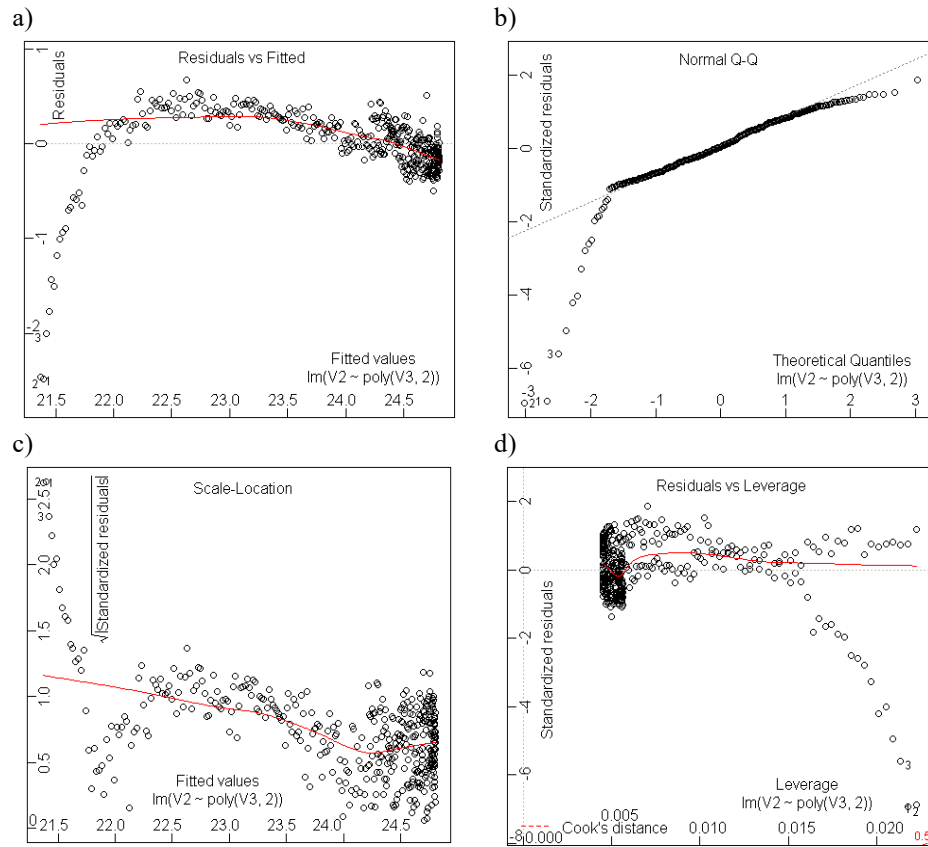


Fig. 8. Diagnostic graphs for model No. 4 (temperature-friction path, second degree curvilinear regression) [own study]

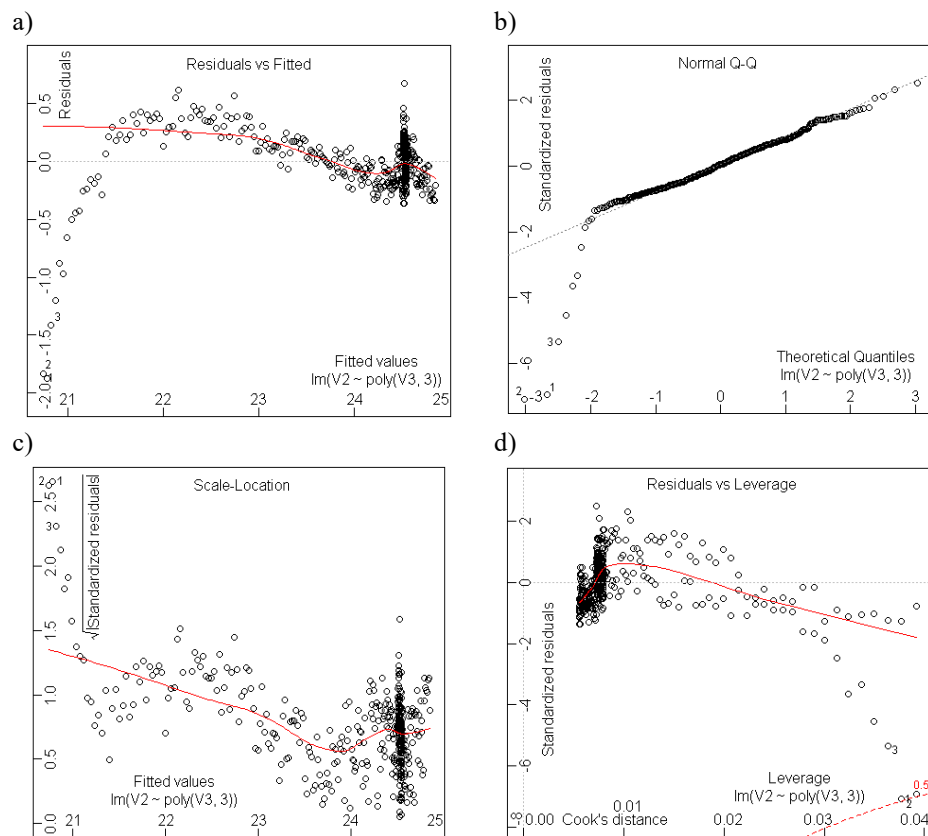


Fig. 9. Diagnostic graphs for model No. 5 (temperature-friction path, third degree curvilinear regression) [own study]

Determining the energy validity of the Kostetsky's hypothesis on the basis of models for relative motion velocity $v = 0.08$ m/sec

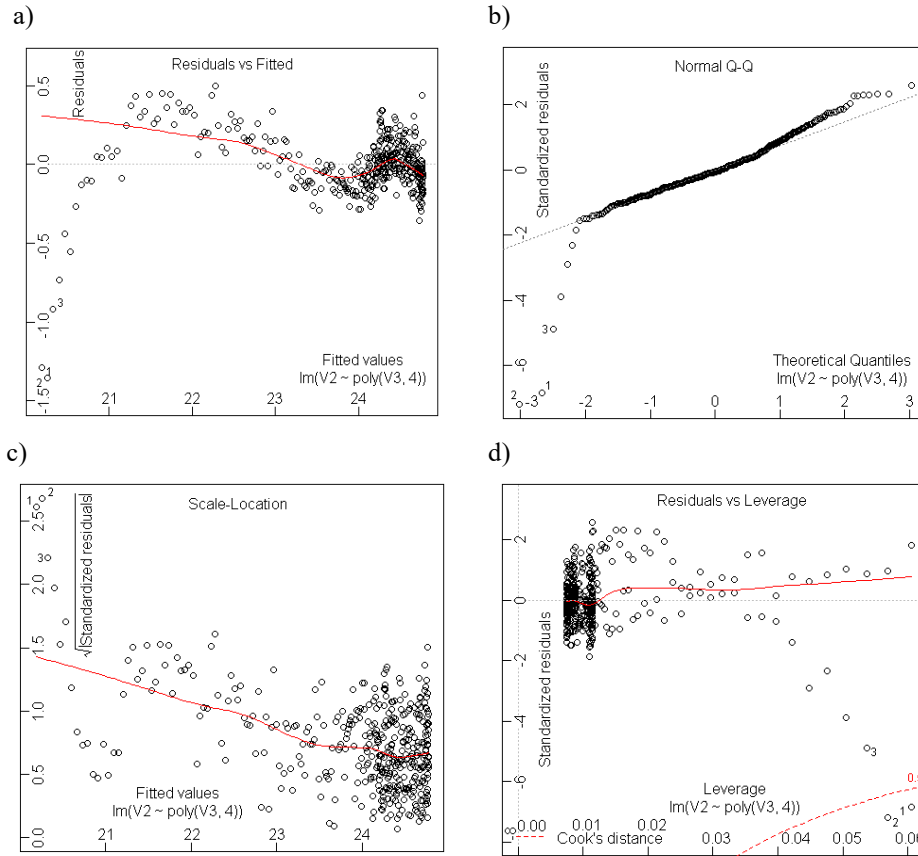


Fig. 10. Diagnostic graphs for model No. 6 (temperature-friction path, fourth degree curvilinear regression) [own study]

Then, in order to analyze a partial P-T correlation (Fig. 11-14), the path of friction $L = 2000$ m was divided into the following characteristic phases (Fig. 15):

- phase A (from zero to P_{max});
- phase B (from P_{max} to $L = 2000$ m).

For model No. 2 power P reaches a maximum value $P_{max} = 1.934$ kW for the path of friction $L = 400 \div 535$ m. In this range of path of friction the power maintains its maximum value.

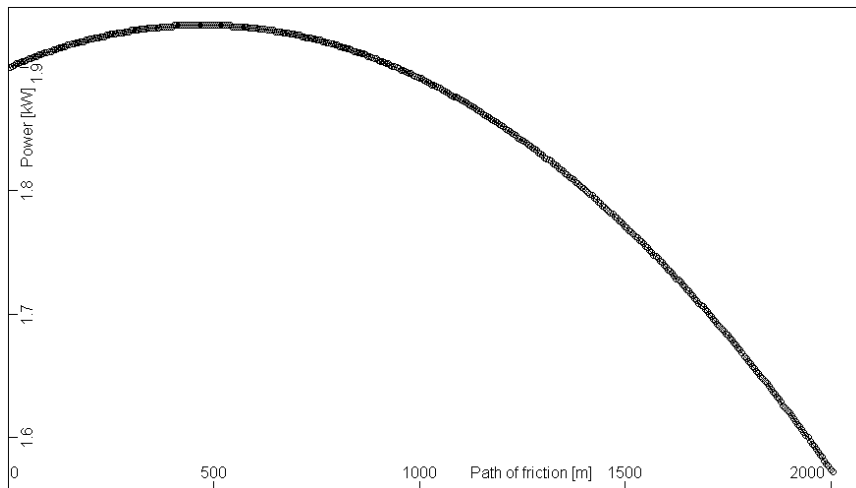


Fig. 11. Power P waveform on the path of friction $L = 2000$ m for model No. 2 [own study]

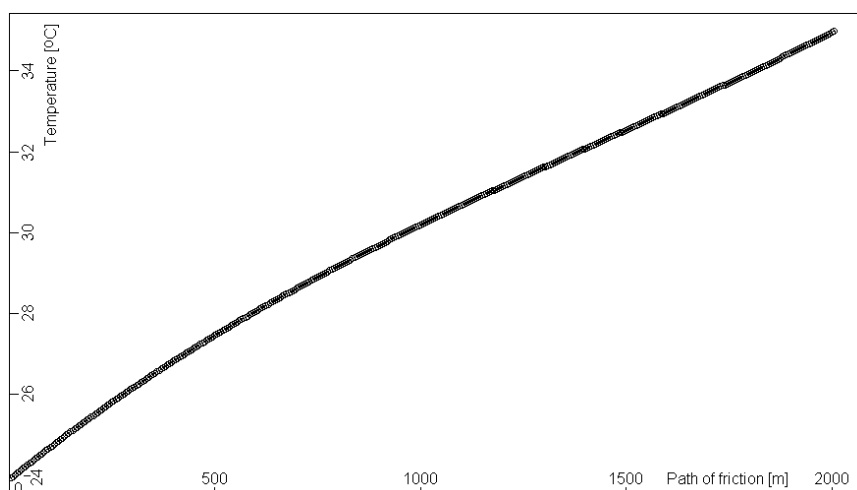


Fig. 12. Temperature T waveform on the path of friction $L = 2000$ m for model No. 5 [own study]

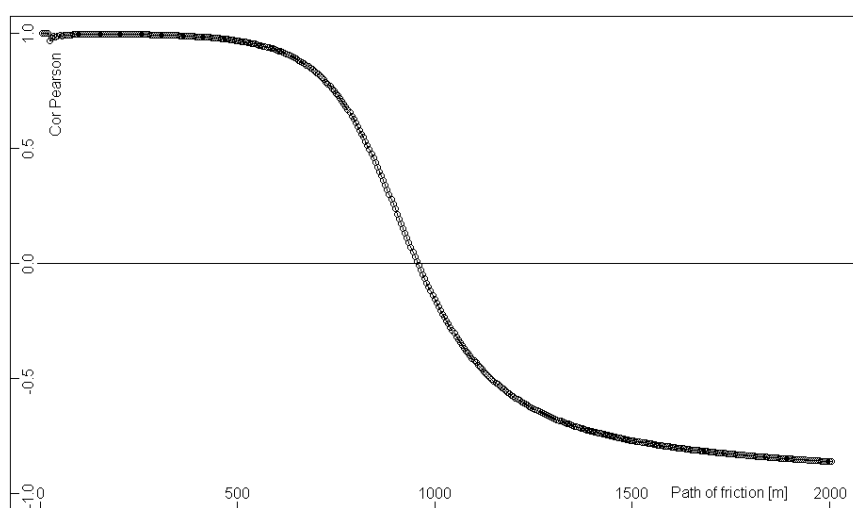


Fig. 13. Pearson's correlation process for adequate P-T models [own study]

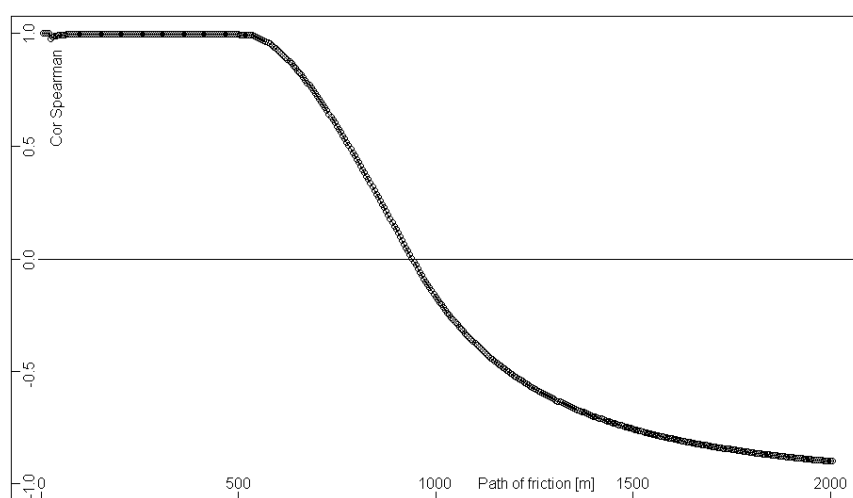


Fig. 14. Spearman's correlation process for adequate P-T models [own study]

Determining the energy validity of the Kostetsky's hypothesis on the basis of models for relative motion velocity $v = 0.08 \text{ m/sec}$

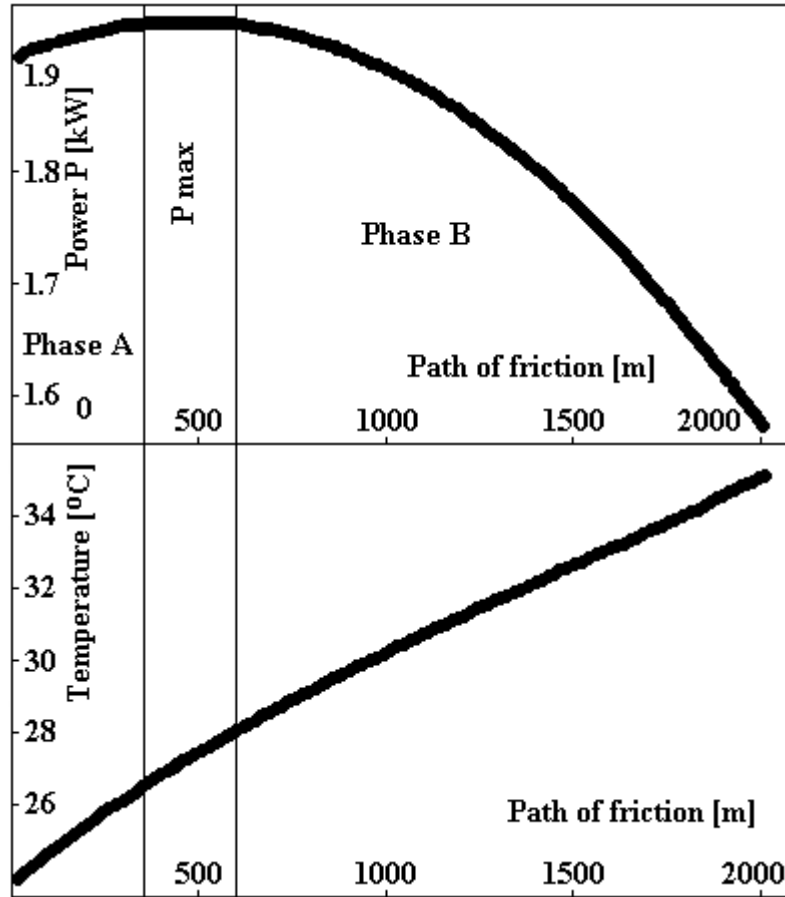


Fig. 15. Division of the path of friction L into two phases [own study]

For the above-mentioned, P-T correlations were recalculated only on these sections (Fig. 16-19).

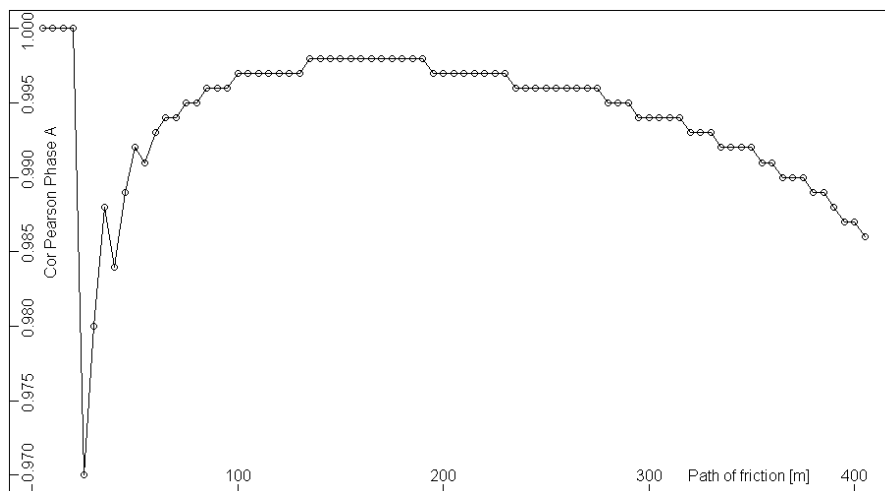


Fig. 16. The Pearson's correlation process for P-T models for phase A; path of friction $L = 0 \div 400 \text{ m}$ [own study]

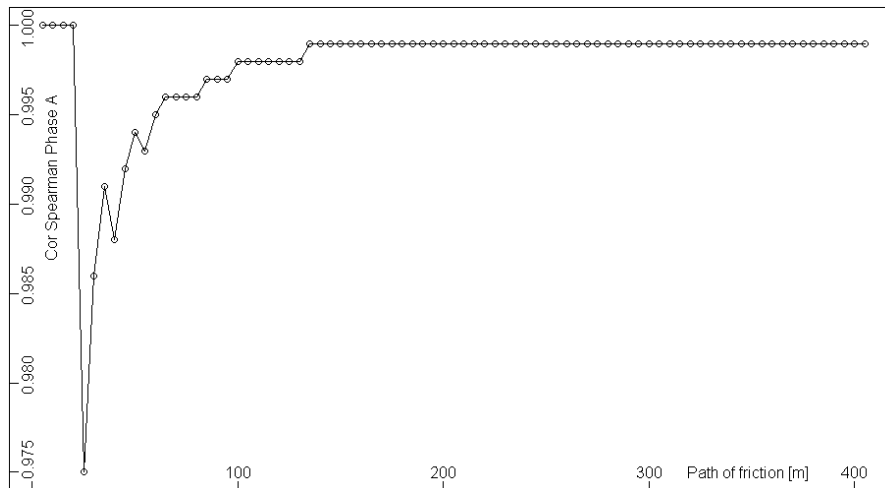


Fig. 17. The Spearman's correlation process for P-T models for phase A; path of friction $L = 0 \div 400$ m [own study]

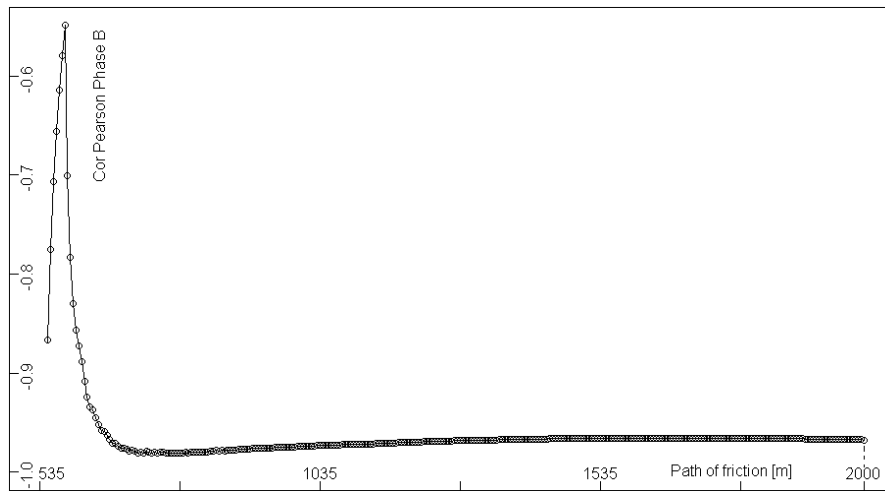


Fig. 18. The Pearson's correlation process for P-T models for phase B; path of friction $L = 535 \div 2000$ m [own study]

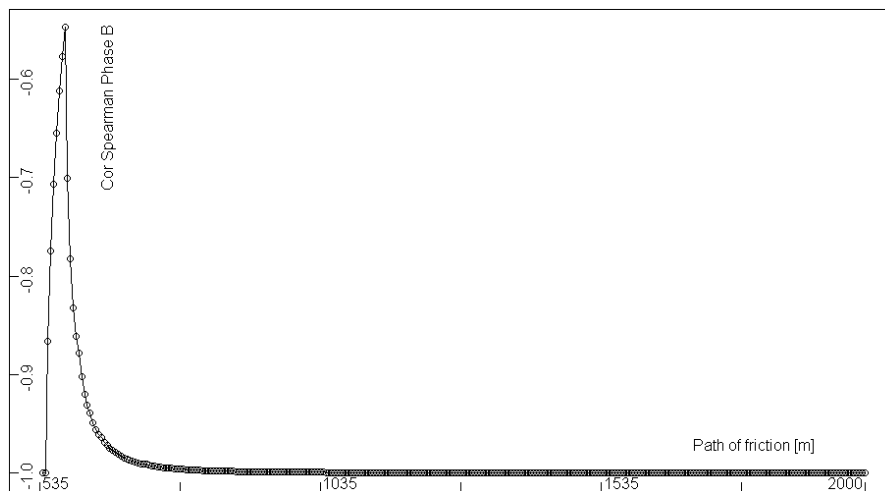


Fig. 19. The Spearman's correlation process for P-T models for phase B; path of friction $L = 535 \div 2000$ m [own study]

4. Summary

- for phase A (when both parameters are rising) the P-T correlation is close to +1;
- for phase B (when one parameter decreases (P) and the other increases (T) the P-T correlation is close to -1.

Phase A means the stage of grinding in of the co-acting surfaces. The power supplied to the system is converted, among others, into the formation of the operational surface layer and into heat. The P-T correlation for this phase close to +1 indicates a functional relationship between these values.

Presented above results of the tests on models confirm the hypothesis made by Kostetsky who states that for normal (non-pathological) friction almost all work of friction forces is converted into heat, which is evidenced by a large correlation between the power supplied to the system and temperature.

Literature

- [1] Biecek, P., „Analiza danych z programem R”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- [2] Biecek, P., „Przewodnik po pakiecie R”, Oficyna Wydawnicza GIs, Wrocław 2017.
- [3] Gągolewski, M., „Programowanie w języku R”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2016.
- [4] Gierzyńska, M., „Tarcie, zużycie i smarowanie w obróbce plastycznej metali”, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1983.
- [5] Kostetsky, W.I., „Trieenje, smazka i iznos w maszynach”, Kijew, *Tiechnika* (1970).
- [6] Kragielski, I.B., Dobyczin, M.N., Kombałow, B.S., „Osnowy razczietow na trienje i iznos”, Maszynostrojenije, Moskwa 1977.
- [7] Kulczycki, P., „Estymatory jądrowe w analizie systemowej”, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne”, Warszawa 2005.
- [8] Kuzniecowa, W.D., „Fizika twierdowo tieła”, t. IV, Tomsk, Krasnoje Znamia 1947.
- [9] Mikołajczyk, J.R., „Maszyny tarciove. Budowa, przeznaczenie”, Wydawnictwo Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Pile, Piła 2018.
- [10] Mikołajczyk, J.R., „Wpływ dodatków smarowych na transformację warstwy wierzchniej”, Wydawnictwo Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Pile, Piła 2017.



Determination of the thickness of anodized layer on the basis mathematical models

Anna Piochacz¹, Jarosław Robert Mikołajczyk²

¹ Zakład Obróbki Aluminium ZOBAL, Trzcianka k. Piły, Poland; e-mail: ania.piochacz@gmail.com

² Stanisław Staszic University of Applied Sciences in Piła, Poland; e-mail: jmikolajczyk@puss.pila.pl

Summary: The process of aluminium surface anodizing carries many variable factors that can be influenced to optimize this process. Efforts to obtain surfaces resistant to corrosion are desirable and always valid. The paper presents preliminary studies on the influence to selected parameters of the anodizing process on the thickness of the anodic coating obtained. On the basis of obtained test results, implemented into R software [1–20], appropriate models were built from which one, the most adequate model, was selected.

Key words: electroplating, anodizing, statistic, software R

1. Introduction

Anodizing is one of the conversion coating and it consists in creating aluminium oxide on the aluminium surface [6, 7, 15, 16]. The coating created during this process is harder and more resistant to corrosion than the layer formed in a natural way.

The aluminium alloy EN AW-6060 was selected as the sample material which is characterized by a big to corrosion, average tensile strength and average fatigue strength [4]. Tested samples measured 30x10x100 [mm]. The goal of the tests was to determine the impact of anodizing time on the thickness of obtained layers. TOP CHECK test apparatus was used for examining the thickness of anodized layers.

Four numbered samples (for their further identification) numbered 1, 4, 5, 6, were prepared for testing which were subjected to the following processes:

- degreasing;
- etching;
- washing.

Above-mentioned samples were anodized in identical conditions as regards bath temperature and current density values. Only the time of anodized was a variable parameter for the listed samples. The measured thickness of obtained coating is presented in Table 2. The bath temperature for these samples was +18°C, and the current density 1.2 [A/dm²]. The time of anodizing process for tested samples is presented in Table 1 [1, 2, 3].

In order not to hinder or disrupt the factory production process it was decided that the duration of the anodizing process of tested samples should correspond to the currently fulfilled production orders. Also, the shapes of samples corresponded to the orders realized so that no material could be wasted.

The purpose of this work is to determine the thickness of the anodized layer depending on the duration of the anodizing process at the assumed technological parameters. And on the basis of this relationship an appropriate mathematical model/models shall be developed.

Carrying out tests in a production facility is usually very difficult because production is governed by its own laws. Then, the most important factor is the economic factor. And this is understandable. Therefore, it was decided to analyze the anodizing process in real production conditions.

Table 1. Duration of the anodizing process [min] for individual samples [own study]

Sample No.	Time [min]
1	40
4	10
5	30
6	54

2. Test results

Below presented are results obtained during the performed tests. And Table 2 presented the measured thickness of obtained coating for tested samples.

Table 2. Measured thickness of obtained anodized coating [μm] for samples No. 1, 4, 5 and 6 [own study]

Sample No.	Meas. 1	Meas. 2	Meas. 3	Meas. 4	Meas. 5	Meas. 6	Meas. 7	Meas. 8	Meas. 9	Meas. 10
1	16.01	15.98	15.94	16.02	16.00	16.15	15.98	15.97	16.03	15.99
4	3.02	2.90	2.95	3.05	3.10	2.94	2.92	2.90	3.10	3.10
5	9.98	10.20	10.10	9.95	10.00	9.85	9.80	10.05	10.10	10.00
6	25.88	26.20	26.10	26.15	25.85	25.80	26.00	26.30	25.90	25.95

For measured thickness of anodized layers calculated were average values for individual samples which are presented in Table 3. Next, a diagram was drawn up showing the dependence of average thickness of obtained coating on the duration of anodizing process, which is presented in Fig. 1.

Table 3. Average thickness values of the anodized coating for the tested samples [own study]

Sample No.	Average thickness values of the anodized coating [μm]
4	3.00
5	10.00
1	16.01
6	26.01

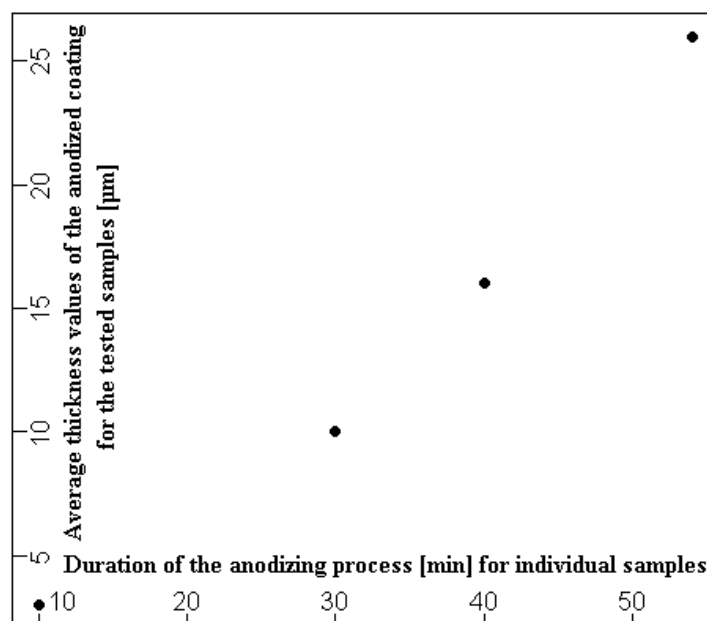


Fig. 1. Dependence of the average thickness of the anodized coating on the duration of the anodizing process for a fixed bath temperature $+18^{\circ}\text{C}$ and a fixed current density 1.2 A/dm^2 [own study]

Then, the average values of the anodized coating thickness were implemented into the R software to generate the models.

- model No. 1 (anodized time – anodized layer thickness; simple regression)

$$y = 0.5178 \cdot x - 3.591$$

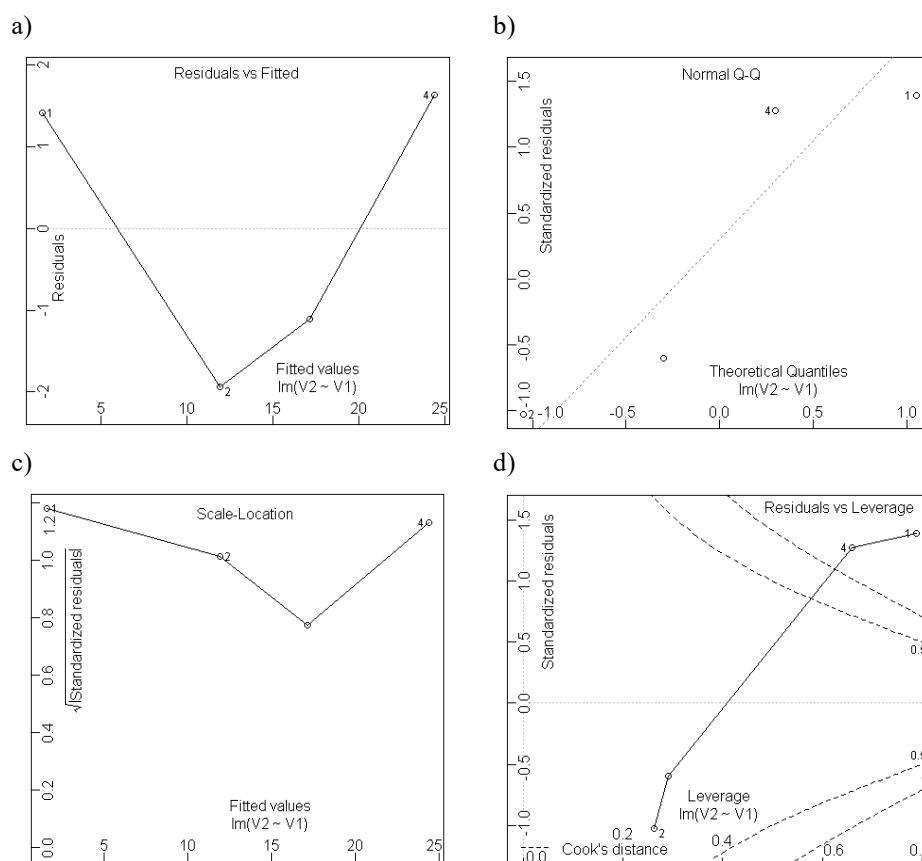


Fig. 2. Diagnostic graphs for model No. 1 (anodizing time – anodized layer thickness, simple regression) [own study]

In the graph headed “Residuals vs Fitted”, y_i values, fitted by the model, are represented on the axis of abscissae and ε_i residual values are shown on the axis of ordinates. For an adequate model, the residuals should not functionally depend on the dependent variable; they should have a conditional mean equal to zero regardless of the value of y_i . On this diagnostic graph we can assess whether the mean value of residuals depends on y_i (this is bad) or not (this is good).

In the graph with the heading “Normal Q-Q” (quantile graph for the normal distribution) on the axis of abscissae presented are values of the quantiles of normal distribution corresponding to the residuals, and the empirical (experimental) quantiles for the standardized residuals are presented on the vertical axis. For an adequate model, the residuals have a normal distribution, so the points on the graph should be arranged along a straight line (marked with a dashed line). Deviations from this line indicate an abnormality.

In the graph headed "Scale Location", the axis of abscissae shows the values fitted by the y_i model, and the axis of ordinates shows the roots of standardized residuals. For an adequate model, the variance of residuals should be homogeneous and, in particular, it should not be functionally dependent on the values fitted by the model. The presence of any trend line suggests a deviation from the assumption of homogeneous variance. Heterogeneous variance can be reduced by using an appropriate data transformation which stabilizes the variance.

The graph headed "Residuals vs Leverage" allows to identify atypical values (outliers). The standardized residuals are presented on the axis of ordinates, and the so-called h_i leverages (measures of the influence of this observation on the assessment of model coefficients, called leverage) are shown on the axis of abscissae. The leverage determines the influence of the observation of y_i on the valuation of the explained variable. In an adequate model, a single observation should not have a significantly greater impact on the values of coefficient ratings than other observations. This graph is based on the rule of thumb.

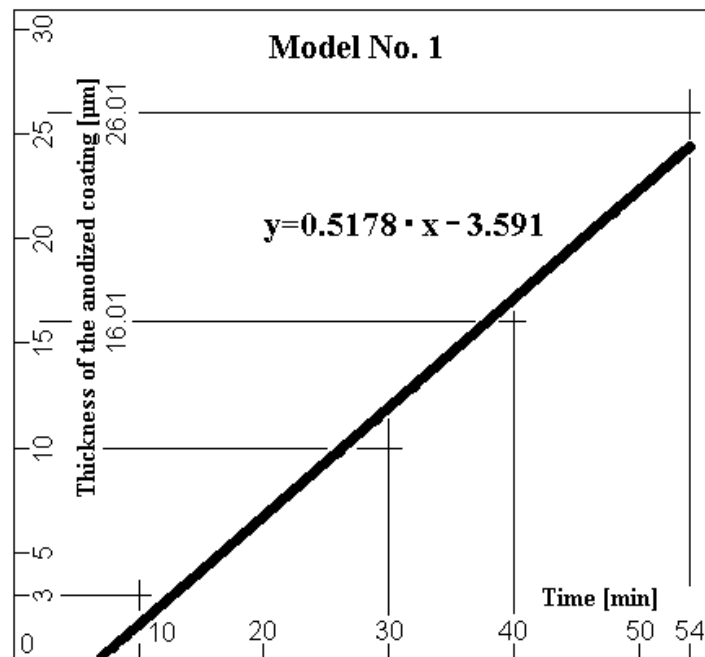


Fig. 3. Dependence of the thickness of the anodized coating on the duration of the anodizing process for model No. 1 [own study]

- model No. 2 (anodizing time – anodized layer thickness, second degree curvilinear regression)

$$y = 3.103 \cdot x^2 + 16.594 \cdot x + 13.755$$

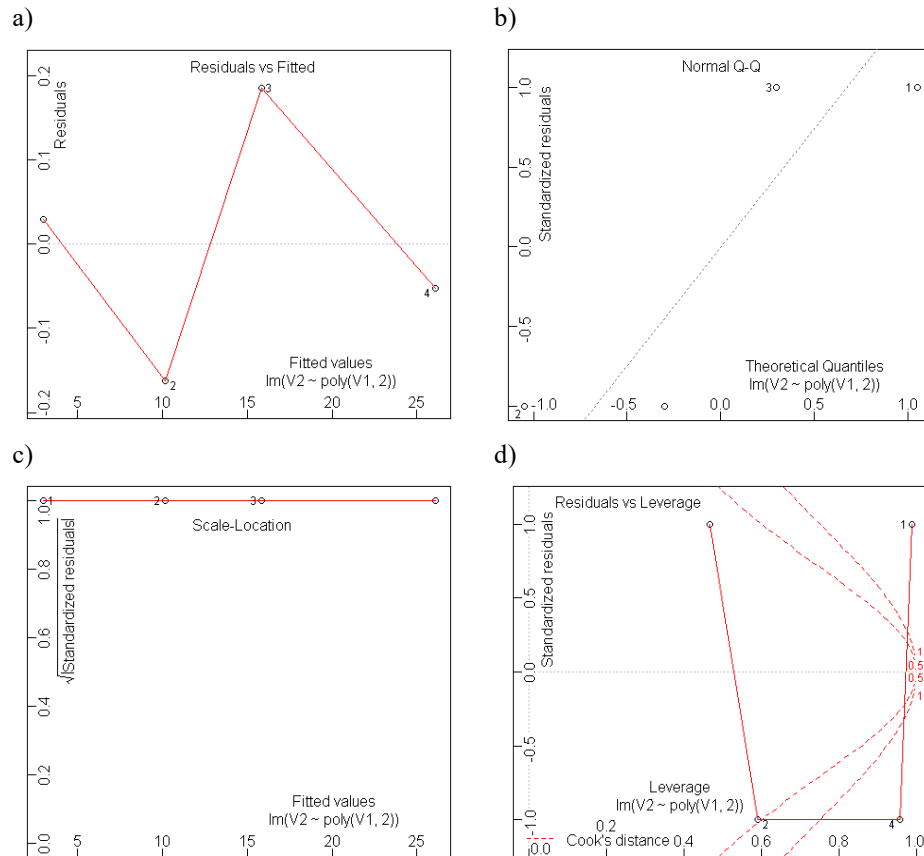


Fig. 4. Diagnostic graphs for model No. 2 (anodizing time – anodized layer thickness, second degree curvilinear regression) [own study]

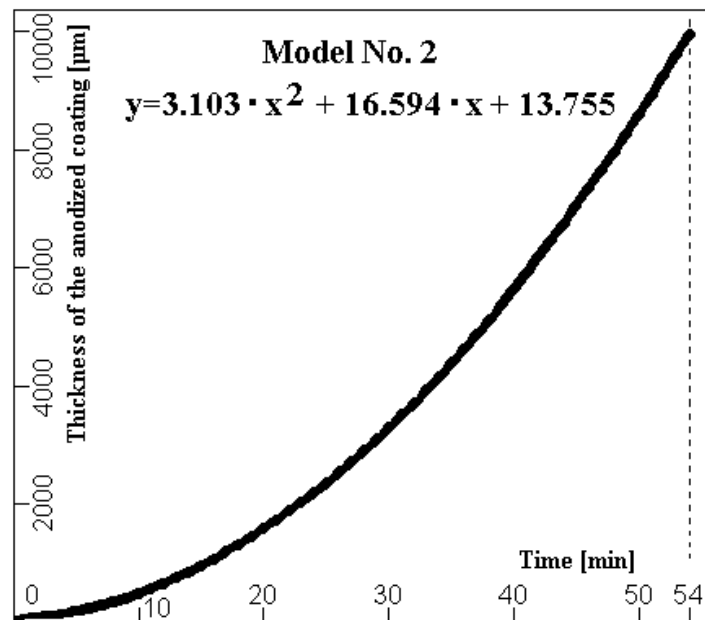


Fig. 5. Dependence of the thickness of the anodized coating on the duration of the anodizing process for model No. 2 [own study]

- model No. 3 (anodizing time – anodized layer thickness; third degree curvilinear regression)

$$y = -0.2544 \cdot x^3 + 3.1033 \cdot x^2 + 16.5935 \cdot x + 13.755$$

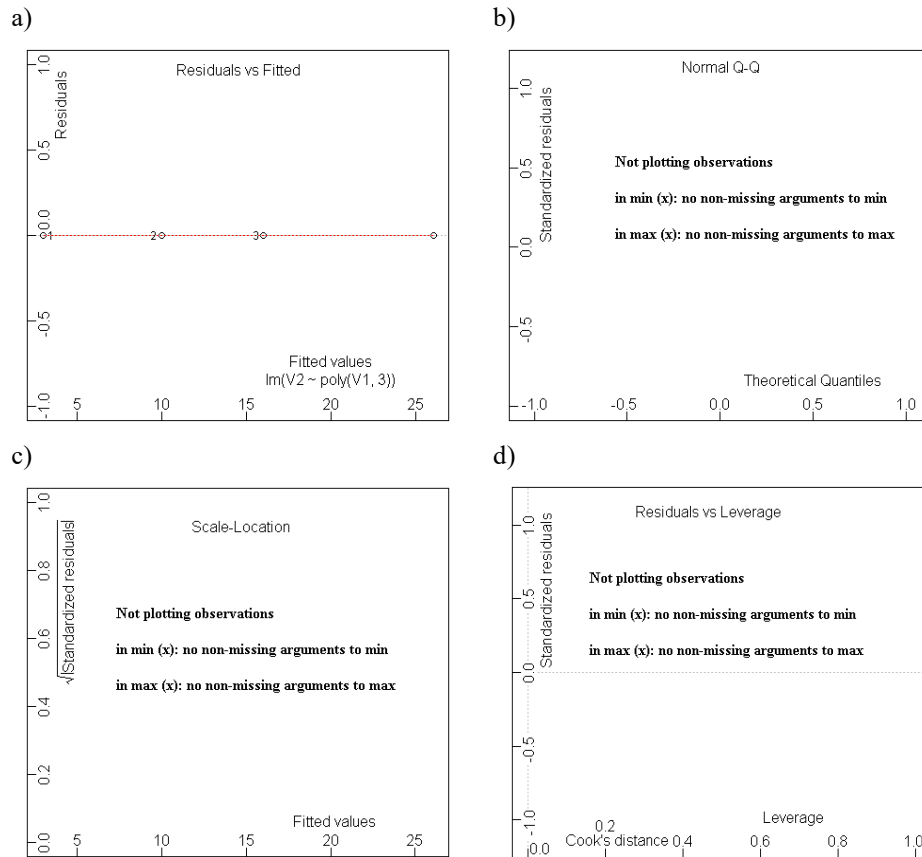


Fig. 6. Diagnostic graphs for model No. 3 (anodizing time – anodized layer thickness, third degree curvilinear regression) [own study]

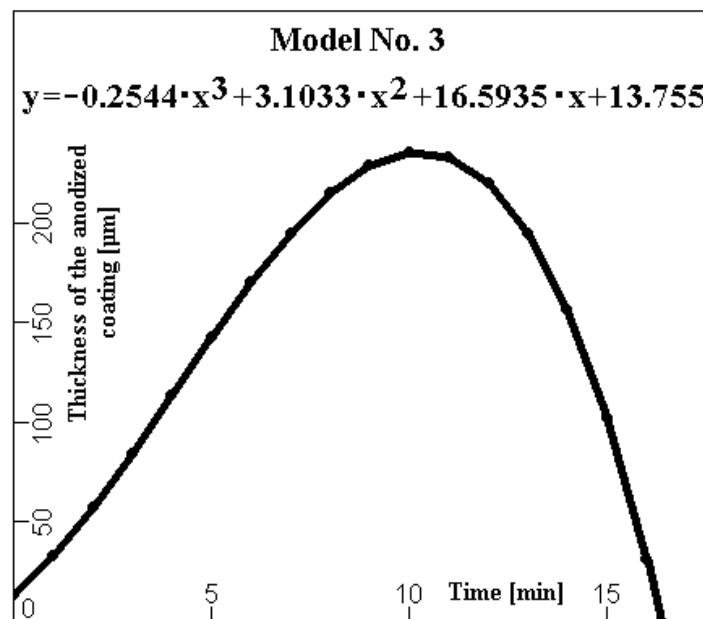


Fig. 7. Dependence of the thickness of the anodized coating on the duration of the anodizing process for model No. 3 [own study]

Next, the value of the correlation between the duration of the anodizing process and the obtained anodized layer thickness was examined (data from Tables 1 and 3 were implemented into R software). The following values were obtained:

- correlation calculated by Pearson's method: 0.983;
- correlation calculated by Spearman's method: 1.000.

3. Summary

All models mentioned above have some disadvantages, and a small number of tests seems to be the greatest drawback (only four values of the average thickness of the anodized coating obtained from 40 measurements). In principle, mathematical models work well for large data sets. Therefore, building adequate mathematical models was rendered very difficult for this small set of results. Generating higher-order models, also for this particular case, does not bring anything beneficial. It just becomes irrational. The most sensible way out of this situation is to complete the results so as to obtain more data, e.g. one reading of anodized layer thickness every minute (average thickness e.g. from ten measurements). Then, for a one hour, we obtain sixty results of the average thickness of the anodized layer for 600 measurements. Technically, it is certainly difficult and very labour-consuming. Then, models based on these results could be compared with the models obtained and presented in this paper.

It is also a well-known fact that the thickness of the anodized layer increases only up to a certain time. Then, this process dies out. Mathematical models should then also take into account this specific feature of the anodizing process.

The thickness of the anodized layer is related to the speed of its growth (formation). Moreover, the anodized layer consists of two layers with different densities and different properties and their monitoring is difficult. The above features significantly complicate the possibility of building a model (models) which would faithfully reproduce the ongoing processes.

It is also worth paying attention to the fact that the thickness of the anodized layer is greatest on the edges of a given surface. The sharper the edges, the greater the thickness of the anodized layer. Building mathematical models dedicated only to the edge of a surface depending on its acuity (radius r) is also very difficult, and it was not analyzed in this work. In this paper, the thicknesses of the anodized layer were measured as far from the edge as possible in order to avoid the influence of edge acuity on results.

On the basis of organoleptic tests and diagnostic graphs from the anodized polynomial models, model No. 1 is the most adequate model for the data obtained from measurements. There is an evident trend showing that the thickness of the anodized layer is increasing along with the increase of the time anodizing process. The values of correlation between the duration of the anodizing process and the thickness of the anodized layer, calculated both by Pearson's and Spearman's method, prove the functional relationships between these values. Unfortunately, the values of these correlations are calculated for a small set (there are only four time values and four

values of the anodized layer thickness). It would seem beneficial to conduct a further analysis of other model families, e.g. logarithmic or trigonometric models, and to increase the size of data set taken for the study.

Literature

- [1] Arnold, S.F., "The theory of linear models and multivariate analysis", Wiley, New York 1981.
- [2] Baldin, D.J., "A tutorial on statistical methods for population association studie", <https://cge.mdanderson.org/~instructor/Public/Balding.pdf>, 2006.
- [3] Biecek, P., "Analiza danych z programem R. Modele liniowe z efektami stałymi, losowymi i mieszanymi". Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- [4] Gągolewski, M., "Programowanie w języku R. Analiza danych, obliczenia, symulacje", Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2016.
- [5] Krzyśko, M., „Wielowymiarowa analiza statystyczna”, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2000.
- [6] Piochacz, A., Mikołajczyk, J.R., "Influence of aluminum type EN AW-6060 anodizing process duration on the thickness and hardness of the obtained layer". *Developmens in Mechanical Engineering* 12(6), (2018): 49-56.
- [7] Rekść, W., "Galwanotechnika", Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1992.
- [8] Scheffe, H., "The analysis of variance". Wiley, New York 1959.
- [9] Searle, S.R., Casella, G., McCulloch, C.E., "Variance components", Wiley, New York 1992.
- [10] Seber, G.A.F., Lee, A.J., "Linear regression analysis", Wiley, Hoboken, New Jersey 2003.
- [11] Sheather, S.J., "A Modern approach to regression with R", Springer, New York 2010.
- [12] Sneytin, O.B., "C.F. Gauss and the Theory of Errors", *History of Exact Sciences* 20(1), (1979): 21-72. <http://www.springerlink.com/index/U07K6T656NVL068.pdf>.
- [13] Stigler, S.M., "Gauss and the invention of least squares", *The Annals of Statistics* 9(3), (1981): 465-474. <http://www.jstor.org/stable/2240811>.
- [14] Tibshirani, R., "Regression shrinkage and selection via the lasso", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 58(1), (1996): 267-288.
- [15] Wernik, S., Pinner, R., "Surface Treatment and Finishing of Aluminum and its Alloys", R. Draper, Teddington 1956.
- [16] Wirbilis, S., "Galwanotechnika dla rzemieślników", Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1986.
- [17] Wheeler, B., "Permutation tests for linear models in R", <http://cran.r-project.org/web/packages/lmPerm.pdf>, 2010.
- [18] Wolfinger, R., Tobias, R., Sall, J., "Computing Gaussian Likelihoods and their Derivatives for General Linear Mixed Models", *SIAM Journal on Scientific Computing* 15(6), (1994): 1294-1310.
- [19] Zeileis, A., Hothorn, T., "Diagnostic checking in regression relationships", <http://cran.r-project.org/web/packages/lmtest/vignettes/lmtest-intro.pdf>, 2010.
- [20] Zou, H., Hastie, T., "Regularization and variable selection via the elastic net", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*. 67 (2005): 301-320.



Aspekty akustyczne strugi syntetyzowanej – przegląd

Emil Smyk

Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska;
e-mail.smyk@utp.edu.pl

Streszczenie: Struga syntetyzowana znajduje coraz więcej zastosowań zarówno w technice, jak i w nauce. Do jej generowania wykorzystuje się najczęściej głośniki lub elementy piezoelektryczne. Głośniki zapewniają większy strumień pędu, jednak generują również większy hałas, co może być problematyczne przy komercyjnych zastosowaniach siłowników strugi syntetyzowanej. W artykule dokonano przeglądu publikacji dotyczących aspektu poziomu dźwięku generowanego przez siłowniki strugi oraz wskazano kierunek przyszłego rozwoju w tej dziedzinie.

Słowa kluczowe: poziom hałasu, akustyka, generator strugi syntetyzowanej

Acoustic aspects of synthetic jet – review

Emil Smyk

UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland;
e-mail.smyk@utp.edu.pl

Summary: Synthetic jet finds more and more applications in technology and science. It is generated most often by loudspeakers or piezoelectric elements. The loudspeakers provide greater velocity momentum, but also generates more noise, which can be problematic in commercial applications of the synthetic jet actuator. The paper reviews articles on the aspect of the sound level generated by the synthetic jet actuators and show the direction of future development in this field.

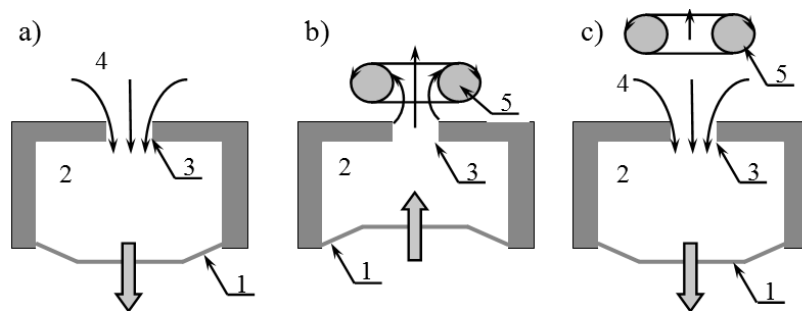
Key words: noise level, acoustic, synthetic jet actuator

1. Wstęp

Strumienie syntetyzowane powstają na skutek naprzemiennego wtłaczania i wytlaczania płynu roboczego do zamkniętej komory poprzez dyszę (rys. 1). Efekt ten uzyskuje się poprzez zastąpienie jednej lub większej liczby ścian ruchomym lub odkształcalnym elementem. W zależności od rodzaju tego elementu generatora strugi syntetyzowanej wyróżnia się generatory akustyczne (membrana głośnika), piezoelektryczne (element piezoelektryczny), mechaniczne (tłok), plazmowe (przepływ uzyskany poprzez zmianę temperatury w komorze) [21].

Struga syntetyzowana znalazła zastosowanie w wielu dziedzinach techniki, takich jak sterowanie strumieniem [5, 9], mieszanie [17, 24] lub chłodnictwo [18, 25]. W szczególności ostatnie wymienione zastosowanie jest popularne, czego dowodem jest komercyjne zastosowanie strugi syntetyzowanej w urządzeniu o nazwie SynJet® [22], które składa się z radiatora i siłownika generującego strugę syntetyzowaną pełniącą rolę strugi uderzającej. Rozwiązanie to wykorzystywane jest do chłodzenia elementów elektroniki, w szczególności do odprowadzania ciepła z opraw LED.

Jako elementy wykonawcze w siłownikach stosuje się najczęściej membrany głośnika lub elementy piezoelektryczne. Struga generowana przez siłowniki akustyczne ma większy moment pędu, jednak charakteryzuje się większym poziomem generowanego dźwięku. Jest to spowodowane nie tylko przez różnice w amplitudzie, ale również częstotliwości, w jakiej pracują urządzenia (dla przykładu 174 Hz dla siłownika akustycznego [23] i 2050 Hz [6] dla siłownika piezoelektrycznego). Należy przy tym pamiętać, że hałas ma dwa źródła – jest generowany przez element wykonawczy oraz przez strugę.



Rys. 1. Generowanie strumieni syntetyzowanych: a) faza ssania; b) faza wydmuchu; c) faza ssania i oddalanie się strugi syntetyzowanej (1 – membrana; 2 – komora; 3 – dysza; 4 – strumień zasysany z otoczenia; 5 – wiry brzegowe) [opracowanie własne]

Fig. 1. Synthetic jet actuator a) the suction phase; b) the injection phase; c) the suction phase and the moving away of synthetic jet (1 – diaphragm; 2 – cavity; 3 – nozzle; 4 – jet sucked in from the environment; 5 – edge vortices) [own study]

Poziom generowanego dźwięku jest szczególnie ważny w przypadku wykorzystania siłowników w urządzeniach komercyjnych. Zgodnie z normą EN ISO 9241-6:2002 [11] w przypadku wykonywania zadań trudnych i złożonych, przy których wymagana jest koncentracja (prace biurowe), równoważny poziom

dźwięku nie powinien przekraczać 35–55 dB. Generatory strugi syntetycznej mogą więc być stosowane do odprowadzania ciepła takich elementów, jak radiatory w komputerach lub oprawy LED, jednak w tym celu należy jednak zapewnić odpowiednio niski poziom generowanego hałasu.

W pracy przedstawiono badania dotyczące akustycznego aspektu strugi syntetycznej, sformułowano wnioski i wskazano możliwe kierunki dalszego rozwoju badań.

2. Metodyka badań

Badania akustyczne powinny być przeprowadzane zgodnie z normą ISO 3746:2010 [10]. Oznacza to, że w trakcie badania obiekt powinien znajdować się w komorze bezechowej. Norma dopuszcza ponadto badania w innych warunkach, o ile w pomieszczeniu, w którym się one odbywają, nie zaobserwowano żadnych odbić, a poziom ciśnienia akustycznego tła jest mniejszy niż poziom natężenia dźwięku generowanego przez badany obiekt o 10 dB lub więcej. Zaleca się ponadto stosowanie krzywej warzenia SPL-A (dla niskich poziomów ciśnienia akustycznego). W tabeli 1 przedstawiono metody pomiarowe stosowane w badaniach związanych z pomiarem natężenia dźwięku generowanego przez generator strugi syntetyzowanej.

Tabela 1. Stosowane metody badawcze [opracowanie własne]

Table 1. Used research methods [own study]

Artykuł	Rok	Method badawcza
Arik, M. [1]	2007	komora bezechowa
Lasance, C.J.M. i inni [16]	2008	komora pogłosowa (ISO 3741:1999)
Bhapkar, U. i inni [2]	2013	pomiar w pomieszczeniu bez innych źródeł dźwięku
Bhapkar, U. i inni [3]	2014	
Laxmikant, D. i inni [19]	2015	komora bezechowa (ISO 3746:2010)
Jabbala, M., Jeyalingam, J. [12]	2017	komora bezechowa (ISO 3746:2010)
Kanase, M.M. i inni [14]	2018	komora bezechowa (ISO 3746:2010)
Jeyalingam, J., Jabbala, M. [13]	2018	komora pogłosowa

Należy zauważyć, że wybór badań poświęconych pomiarom poziomu hałasu generowanego przez generatory strugi syntetyzowanej jest niewielki. Jednak w większości z nich stosuje się obowiązujące normy ISO lub normy wcześniej obowiązujące. Jest to bardzo ważne, ponieważ pozwala na zestawianie ze sobą poszczególnych wyników pomiarów i wyciąganie spójnych wniosków.

W trakcie omawiania artykułów porównywano ze sobą poziom ciśnienia akustycznego (SPL, ang. *sound pressure level*):

$$SPL = 10 \lg \frac{p^2}{p_0^2} \quad (1)$$

gdzie p to wartość ciśnienia akustycznego [Pa], p_0 to wartość ciśnienia akustycznego odniesienia.

Termin poziom ciśnienia akustycznego obejmuje wszystkie określenia używane w niniejszej pracy, takie jak poziom hałasu lub poziom dźwięku. Są to określenia powszechnie używane w języku naukowym zarówno w polsko-, jak i angielskojęzycznej literaturze.

3. Poziom hałasu w siłownikach

Poniżej omówiono, jak poszczególne aspekty budowy lub zasilania wpływają na poziom generowanego hałasu. Przedstawiono ponadto metody mogące wpłynąć na poziom ciśnienia akustycznego generowany przez urządzenie.

3.1. Poziom hałasu a wysokość dyszy

W pracy [3] badano poziom ciśnienia akustycznego dla generatorów z różnym kształtem i wysokością dyszy. Badania prowadzone były dla częstotliwości rezonansowej urządzenia (różnej dla każdego przypadku), jednak dla porównywanych ze sobą generatorów zastosowano takie same proporcje kształtu (AR , ang. *aspect ratio*):

$$AR = t/d \quad (2)$$

gdzie d to średnica hydrauliczna dyszy [mm], t to wysokość dyszy [mm].

Jest to szczególnie ważne, gdyż proporcje kształtu uznawane są za jedną z bezwymiarowych liczb kryterialnych.

Pomimo tego, że częstotliwość pracy generatora różniła się o 20 Hz w obu przypadkach (może to prowadzić do wzrostu poziomu hałasu o 8 dB), autorzy są przekonani, że wysokość dyszy ma istotny wpływ na poziom ciśnienia akustycznego. Zwiększenie wysokości dyszy z 2 mm do 5 mm spowodowało wzrost poziomu ciśnienia akustycznego o 3 do 6 dB (4–10%). Podobne wyniki potwierdziły pomiary dla generatora z dyszą okrągłą, kwadratową i prostokątną.

Odwrotną zależność zaobserwowali Kanase i inni [14], którzy badali generatory strugi syntetyzowanej dla takich samych parametrów zasilania oraz średnicy dyszy. Oznacza, to że wraz z zmianą wysokości dyszy ($t = 3, 5, 8, 12$) zmieniały się również proporcje kształtu dyszy generatora. Tym niemniej wyniki przeprowadzone dla pięciu różnych średnic dyszy ($d = 3, 5, 8, 12, 14$) potwierdziły, że wzrost wysokości dyszy powoduje spadek poziomu ciśnienia akustycznego. Zależność ta była stała w całym badanym zakresie. Podobne zależności uzyskano w pracy [16].

Bazując na tych badaniach, należy zauważyć, że Bhapkar i inni [3] w trakcie badań popełnili błąd wnioskowania. Zachowując bowiem taki sam współczynnik kształtu, ocenili, że to wysokość dyszy wpływa na generowany poziom ciśnienia akustycznego, a nie średnica dyszy, która w tym przypadku okazała się czynnikiem decydującym.

3.2. Poziom hałasu a średnica dyszy

Kanase i inni [14] wykazali, że poziom ciśnienia akustycznego rośnie wraz ze wzrostem średnicy hydraulicznej dyszy. Przykładowo dla dyszy okrągłej o średnicy $d = 14$ mm, $SPL = 65$ dB, podczas gdy dla $d = 5$ mm, $SPL = 60$ dB przy takich samych parametrach zasilania generatora.

Podobną zależność wykazano w [16]. Badano poziom dźwięku generowany przez różne generatory strugi syntetyzowanej i wentylatory wykorzystywane do chłodzenia elektroniki. Przykładowo dla generatora o wysokości dyszy $t = 30$ mm i średnicy dyszy $d = 3$ mm uzyskano poziom ciśnienia akustycznego o 3,3 dB mniejszy niż dla podobnego generatora o średnicy dyszy $d = 4$ mm. Wyniki potwierdziły się dla wysokości dyszy $t = 90$ mm (różnica 6,6 dB) oraz $t = 120$ mm (różnica 12,1 dB). Warto dodać, że w zależności od generatora generowany poziom ciśnienia akustycznego wynosił $SPL = 36,9\text{--}49$ dB, podczas gdy poziom ciśnienia akustycznego generowany przez badane wentylatory wynosił $SPL = 36,6; 49,5$ dB. Współczynnik wymiany ciepła dla wszystkich badanych przypadków był podobny.

Bhaskar i inni [2] badali poziom ciśnienia akustycznego dla generatorów z dyszami o przekroju okrągłym dla 4 różnych średnic i 5 częstotliwości. Wykazali, że im większa średnica dyszy, tym większy poziom ciśnienia akustycznego. Wyniki badania omówione zostały jednak pobieżnie.

Jak więc widać w tym przypadku wszystkie przedstawione źródła są zgodne. Im większa średnica dyszy, tym wyższy poziom ciśnienia akustycznego generowanego przez generator strugi syntetyzowanej.

3.3. Poziom hałasu a kształt dyszy

Kształt dyszy generatora strugi syntetyzowanej jest jednym z najczęściej badanych parametrów. Choć zazwyczaj stosowane są dysze okrągłe i prostokątne, to badane są również dysze o innych kształtach. Mangate i Chaudhari [19] badali dysze o kształcie przekroju okrągłym, diamentowym (romb) oraz owalnym. Wykazali, że najwyższy poziom ciśnienia akustycznego był generowany przez siłownik z dyszą okrągłą. Hałas ten był nawet o 5 dB wyższy niż w przypadku siłownika z dyszą owalną. Generator z dyszą o kształcie diamentowym generował najniższy poziom hałasu dla niskich akustycznych liczb Reynoldsa ($Re \leq 6\ 000$, różnica od 1 do 5 dB). Dla akustycznej liczby Reynoldsa większej niż 6 000 to owalna dysza charakteryzowała się najniższym poziomem ciśnienia akustycznego. W przypadku $Re = 10\ 000$ siłownik z dyszą owalną generował hałas o 8 dB niższy niż siłownik z dyszą diamentową i 13 dB niższy niż siłownik z dyszą okrągłą.

Bhaskar i inni [3] wykonali podobne badania dla siłowników z dyszą o kształcie eliptycznym, prostokątnym, okrągłym i kwadratowym dla takiej samej średnicy hydraulicznej ($d = 12$ mm). Pomiary wykonano dla 4 różnych częstotliwości. Należy zauważyć, że badane siłowniki posiadały inne częstotliwości rezonansowe, a hałas generowany przy częstotliwości rezonansowej był zawsze niższy o 8–12 dB niż poziom ciśnienia akustycznego dla innych częstotliwości. Podobną zależność zauważono w [14].

Warto nadmienić, że dysze o podobnych kształtach badano również w [20], jednak pominięto aspekty geometryczne dysz. Natomiast obecny stan wiedzy pozwala jedynie ocenić, że dysze o kształcie okrągłym przyczyniają się do najwyższego generowanego poziomu dźwięku.

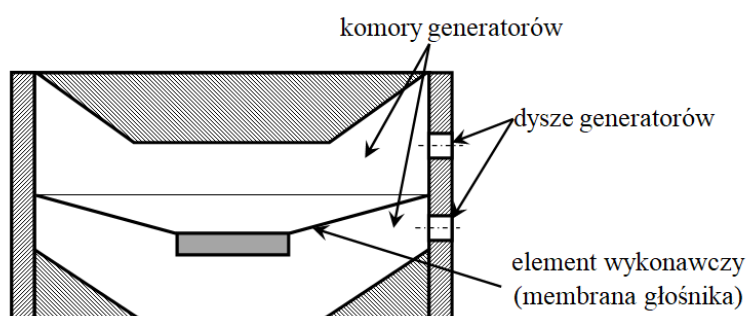
3.4. Inne parametry mające wpływ na poziom hałasu

Istnieje szereg innych parametrów mających wpływ na poziom generowanego hałasu. Najoczywistszym z nich jest moc zasilająca generator (lub wartość napięcia skutecznego). Jest to jednak zależność oczywista, która wiąże się z zasadą działania urządzeń stosowanych jako elementy wykonawcze (głośniki, elementy piezoelektryczne). Proporcjonalność mocy zasilania do poziomu ciśnienia akustycznego została potwierdzona między innym w [1, 14].

Na poziom generowanego hałasu może mieć ponadto wpływ wybrany element wykonawczy, np. typ głośnika czy wielkość lub kształt komory generatora. Jednak te aspekty nie były dotychczas badane.

3.5. Inne typy generatorów strugi syntetyzowanej

Istnieje wiele typów generatorów strugi syntetyzowanej. Wśród najpowszechniejszych wymienić można generatory hybrydowe [4], z wieloma dyszami [7] i generatory bliźniacze [8]. To właśnie tym ostatnim Jabbal i Jeyalingam [12] poświęcili swoją pracę i porównali je z klasycznymi generatorami z jedną dyszą. Przykładowy model bliźniaczego generatora pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Bliźniaczy generator strugi syntetyzowanej [opracowanie własne]

Fig. 2. Twin synthetic jet actuator [own study]

Jabbal i Jeyalingam [12] badali generatory bliźniacze z dyszami o kształcie okrągłym i falistym (rys. 3). Naukowcy badali generator bliźniaczy albo klasyczny, który uzyskiwano poprzez zapchanie jednej z dysz generatora bliźniaczego. Badania przeprowadzono dla częstotliwości w przedziale od 800 Hz do 3 000 Hz. Wyniki jednoznacznie pokazały, że generatory z jedną dyszą generują wyższy poziom ciśnienia akustycznego. Autorzy sugerują, że jest to związane z efektem przeciwfazowym – w przypadku dwóch dysz fale dźwiękowe przesunięte są ze sobą w fazie o około 180° i nakładają się na siebie, powodując redukcję poziomu ciśnienia akustycznego.

Generator z dyszą falistą generuje wyższy poziom ciśnienia akustycznego dla częstotliwości powyżej 2 000 Hz. Natomiast dla niższych częstotliwości poziom ciśnienia akustycznego jest niższy dla dyszy o przekroju okrągłym. Warto zaznaczyć, że zakres częstotliwości, dla jakich badany generator powinien pracować, to 1 600–1 900 Hz. W związku z tym pod względem akustycznym bardziej korzystne wydaje się stosowanie dysz o kształcie falistym (rys. 3). Autorzy zdecydowali się na

taki kształt, ponieważ jest on powszechnie stosowany w lotnictwie właśnie ze względu na generowanie niższego poziomu ciśnienia akustycznego w przypadku strumieni ciągłych.



Rys. 3. Dysze okrągłe i faliste [15]

Fig. 3. Circular and corrugated nozzles [15]

3.6. Metody tłumienia hałasu

Arik [1] badał siłowniki piezoelektryczne. Generowały one hałas o natężeniu 60–73,2 dB. W związku z tym, aby zredukować hałas, badacz umieścił generator w niewielkim sześciacie o długości boku wynoszącej 3 cale. Na jednej ze ścian sześciangu umieszczono niewielki tłumik połączony otworem o średnicy 10 mm z komorą i 1-, 2- lub 3-milimetrowym otworem na przeciwległej ścianie. Otwór pozwalał na swobodny przepływ powietrza pomiędzy atmosferą i wnętrzem tłumika i komory.

Wykazano, że skuteczność tłumienia maleje wraz z wzrostem średnicy dyszy w tłumiku. Wskazano ponadto najbardziej korzystną długość tłumika, która wynosiła ok. 2 cm. Pozwoliło to na zredukowanie poziomu ciśnienia akustycznego z 65 dB do 25 dB. Pomimo tego, że wynik jest naprawdę imponujący, należy zaznaczyć, że w praktyce stosowanie tego rozwiązania jest niemożliwe lub bardzo trudne, gdyż generatory musiałyby zostać zamknięte razem z obiektem, z którego odbierają ciepło lub w którym pełnią funkcje aktywnego sterowania strumieniami.

4. Podsumowanie

W pracy przywołano artykuły poświęcone badaniu poziomu hałasu generatorów strugi syntetyzowanej. W omawianych artykułach wykazano że:

- poziom hałasu jest odwrotnie proporcjonalny do wysokości dyszy;
- poziom hałasu jest wprost proporcjonalny do średnicy dyszy;
- poziom hałasu jest wprost proporcjonalny do mocy zasilania;
- kształt dyszy ma istotny wpływ na poziom generowanego dźwięku; generator z dyszą o kształcie przekroju okrągłym generuje największy hałas;
- dysze o kształcie przekroju falistym generują niższy poziom hałasu niż dysze o kształcie przekroju okrągłym.

Wciąż brakuje kompleksowych badań dotyczących hałasu generowanego przez generatory strugi syntetyzowanej. Wśród badań, które należałoby podjąć, jest przede wszystkim badanie wpływu wielkości komory generatora na poziom generowanego hałasu. Należałoby ponadto zbadać pod tym względem również inne generatory, np. z wieloma dyszami. Jest szczególnie istotne, biorąc pod uwagę obecny kierunek rozwoju generatorów strugi syntetyzowanej.

Podziękowania: Artykuł został wykonany w ramach projektu finansowanego przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, nr grantu: LIDER/6/0024/L-10/18/NCBR/2019.

Bibliografia

- [1] Arik, M., "An investigation into feasibility of impingement heat transfer and acoustic abatement of meso scale synthetic jets", *Appl. Therm. Eng.* 27 (2007), 1483–1494, doi:10.1016/j.applthermaleng.2006.09.027.
- [2] Bhapkar, U.S., Srivastava, A., Agrawal, A., "Acoustic and heat transfer aspects of an inclined impinging synthetic jet", *Int. J. Therm. Sci.* 74 (2013), 145–155, doi:10.1016/j.ijthermalsci.2013.06.007.
- [3] Bhapkar, U.S., Srivastava, A., Agrawal, A., "Acoustic and heat transfer characteristics of an impinging elliptical synthetic jet generated by acoustic actuator", *Int. J. Heat Mass Transf.* 79 (2014), 12–23, doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.07.083.
- [4] Broučková, Z., Trávníček, Z., "Visualization study of hybrid synthetic jets", *J. Vis.* 18 (2015), 581–593, doi:10.1007/s12650-014-0256-8.
- [5] Catalin, A.M., Florin, F., "Numerical simulations of synthetic jets in aerodynamic applications", *Incas Bull.* 6 (2014), 81–93, doi:10.13111/2066-8201.2014.6.S1.9.
- [6] de Luca, L., Girfoglio, M., Chiatto, M., Coppola, G., "Scaling properties of resonant cavities driven by piezo-electric actuators", *Sensors Actuators, A Phys.* 247 (2016), 465–474, doi:10.1016/j.sna.2016.06.016.
- [7] Gil, P., "Synthetic jet Reynolds number based on reaction force measurement", *J. Fluids Struct.* 81 (2018), 466–478, doi:10.1016/j.jfluidstructs.2018.05.011.
- [8] Greco, C.S., Ianiro, A., Astarita, T., Cardone, G., "On the near field of single and twin circular synthetic air jets", *Int. J. Heat Fluid Flow* 44, (2013), 41–52, doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.03.018.
- [9] Hanfeng, W., Yu, Z., Chao, Z., Xuhui, H., "Aerodynamic drag reduction of an Ahmed body based on deflectors", *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 148 (2016), 34–44, doi:10.1016/j.jweia.2015.11.004.
- [10] International Organization for Standardization (ISO) Acoustics — Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure — Survey method using an enveloping measurement surface over a reflecting plane (ISO 3746:2010); ISO: Geneva, Switzerland, 2010, p. 48.
- [11] International Organization for Standardization (ISO) EN ISO 9241-6:2002. Ergonomic requirements for office work with visual display terminals (VDTs) – Part 6: Guidance on the work environment (ISO 9241-6:1999); ISO: Geneva, Switzerland, 1999, 32.
- [12] Jabbal, M., Jeyalingam, J., "Towards the noise reduction of piezoelectrical-driven synthetic jet actuators", *Sensors Actuators, A Phys.* 266 (2017), 273–284, doi:10.1016/j.sna.2017.09.036.
- [13] Jeyalingam, J., Jabbal, M., "Experimental investigation of the aeroacoustics of synthetic jet actuators in quiescent conditions", *Sensors Actuators, A Phys.* 280 (2018), 52–60, doi:10.1016/j.sna.2018.07.007.
- [14] Kanase, M.M., Mangate, L.D., Chaudhari, M.B., "Acoustic aspects of synthetic jet generated by acoustic actuator", *J. Low Freq. Noise Vib. Act. Control* 37 (2018), 31–47, doi:10.1177/1461348418757879.
- [15] Kopiev, V.F., Zaytsev, M.Y., Ostrikov, N.N., "Subsonic jet noise suppression by a corrugated nozzle", *Acoust. Phys.* 59 (2013), 207–209, doi:10.1134/S1063771013010090.

- [16] Lasance, C.J.M., Aarts, R.M., Ouweltjes, O., "Synthetic jet cooling part II: Experimental results of an acoustic dipole cooler", *Proceedings of the 2008 Twenty-fourth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium*, 2008, 26–31.
- [17] Le, L. Van, Bui, T.T., Nguyen, C.N., Nguyen, A.N., Dinh, T.X., Dang, L.B., Tran, C.D., Chu, T.D., Dau, V.T., "Simulation and Experimental Study of a Synthetic Jet Valveless Pump", *IEEE/ASME Trans. Mechatro.* 25/3 (2020), 1162–1170, doi:10.1109/TMECH.2019.2960332.
- [18] Mahalingam, R., Heffington, S., Jones, L., Williams, R., "Synthetic Jets for Forced Air Cooling of Electronics", *Electron. Cool.* 13 (2007), 1–5.
- [19] Mangate, L.D., Chaudhari, M.B., "Heat transfer and acoustic study of impinging synthetic jet using diamond and oval shape orifice", *Int. J. Therm. Sci.* 89 (2015), 100–109, doi:10.1016/j.ijthermalsci.2014.10.006.
- [20] Mangate, L., Yadav, H., Agrawal, A., Chaudhari, M., "Experimental investigation on thermal and flow characteristics of synthetic jet with multiple-orifice of different shapes", *Int. J. Therm. Sci.* 140 (2019), 344–357, doi:10.1016/j.ijthermalsci.2019.02.036.
- [21] Mohseni, K., Mittal, R. (eds.), "Synthetic jets: fundamentals and applications", CRC Press, 2014.
- [22] Schwickert, M.M. "SynJet ® Thermal Management Technology Increases LED Lighting System Reliability", *IEEE Trans. Reliab.* 29 (2009), 449–482.
- [23] Smyk, E., Wawrzyniak, S., Peszyński, K., "Synthetic jet actuator with two opposite diaphragms", *Mech. Mech. Eng.* 24 (2020), 17–25, doi:https://doi.org/10.2478/mme-2020-0004.
- [24] Sun, C.L., Sun, C.Y., "Effective mixing in a microfluidic oscillator using an impinging jet on a concave surface", *Microsyst. Technol.* 17 (2011), 911–922, doi:10.1007/s00542-010-1177-7.
- [25] Yu, Q., Mei, Z., Bai, M., Xie, D., Ding, Y., Li, Y., "Cooling performance improvement of impingement hybrid synthetic jets in a confined space with the aid of a fluid diode", *Appl. Therm. Eng.* 157 (2019), 113749, doi:10.1016/j.applthermaleng.2019.113749.



© 2020 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Numerical simulations using the ANSYS-FLUENT code for a flattened ventilation duct

Dariusz Mrozik^{1*}, Kazimierz Peszyński²

¹ UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland;
e-mail: dariuszmrozik1@gmail.com

² UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland;
e-mail: peszyn@utp.edu.pl

* Corresponding author; e-mail: dariuszmrozik1@gmail.com

Summary: The paper presents a comparative analysis of the results of numerical simulations and experimental tests of selected ventilation ducts. Numerical calculations were performed in the ANSYS-FLUENT code. The introductory part of the paper describes strongly flattened ventilation duct with rounded corners adopted for analysis. Additionally, the paper contains the issue of designing a mesh used for numerical calculations. A numerical analysis of the development of air velocity distribution in the cross-section along the axis of the ventilation duct, which is very interesting from the point of view of the measurement technique, has also been presented. The results of the numerical studies were not compared directly with the results of the experimental studies but with the four flow models previously developed from these measurements. It also makes it possible to evaluate the practical usefulness of the developed mathematical models.

Key words: turbulent flow, simulation, ventilation, velocity distribution

1. Introduction

During the development of a new ventilation system [7] based on ducts with a rounded rectangular cross-section, a large number of experimental tests were performed. The purpose of this research was to determine linear (major) losses [5] in ducts and local (minor) losses [7] in system components. Due to the wide dimensional range of the system and the diversity of its elements, experimental studies were carried out only for the selected cross-sections and elements dimensions.

The main problem during the tests was the accurate determination of the volumetric flow rate in all 79 cross-sections examined. Due to the unusual shape of the ducts, it was not possible to use popular methods for determining the average volume flow rate (e.g. orifice, flow nozzle, and venturi obstruction meters) because it would be necessary to make additional 158 transition elements matching the cross-section of the rounded rectangle to the circular cross-section. This problem was avoided by measuring the volumetric flow rate at the inlet to the supply fan, however, when testing tees and other elements requiring the division of the flow into parts, this method could not be used. During the tests a Testo 420 flowmeter with a measuring range $\dot{V} \in (0.011 \div 1.111) \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ was used. The required flow rates for the 29 largest cross-sections exceeded the measuring range of the Testo 420 flowmeter [8]. The term “required flow” is understood as the flow rate ensuring an average velocity of $v_{\text{avg}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ in the duct – limitation due to system noise. This velocity also provided $Re \geq 100000$ (except for the three smallest flow cross sections), for this Reynolds number it is assumed that the local losses are independent of the average flow velocity. In view of the above, the volumetric flow rate was determined on the basis of derived mathematical models based on the velocity distribution along two perpendicular symmetry axes of the cross-section. A total of 4 models of volumetric flow rate determination were developed [4]. Numerical simulations in the ANSYS-FLUENT code [3] presented in this paper are used to verify these models and the assumptions made during their derivation.

2. Examined duct and discretization mesh

The duct with a rounded rectangular cross-section begins with its downstream assembly into the mask of the tubular air deflector [10]. From 79 different cross-sections examined for analysis in this paper, the one shown in Fig. 1 was selected. The examined duct consisted of 12 segments with a length of 1.5 m each, therefore it was 18 m long in total.

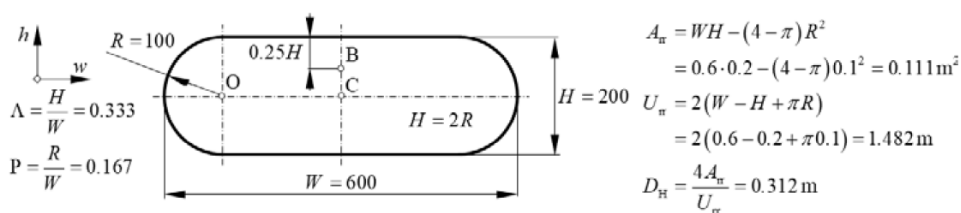


Fig. 1. Cross-section of the examined duct and its basic parameters [own study]

where:

- W – width of the duct cross-section, m;
- H – height of the duct cross-section, m;
- R – rounding radius of the duct corners cross-section, m;
- Λ – degree of rectangle flattening, –;
- P – degree of corner rounding, –;
- A_{π} – area of the duct, m²;
- U_{π} – perimeter of the duct cross-section, m;
- D_h – hydraulic diameter of the duct, m.

The flow in this duct was modeled using the ANSYS-FLUENT code. The CFD discretization mesh was dependent on the turbulence model and flow parameters selected [1], near the walls was used refinement – see Fig. 2, created on the nondimensional parameter y^+ . For $y^+ = 1$ based on friction velocity the thickness of the boundary layer $y = 0.1294 \text{ mm}$ was determined.

$$y = \frac{2\nu y^+}{u_{\tau}} = \frac{2 \cdot 1.52 \cdot 10^{-5} \cdot 1}{0.235} = 1.294 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.1294 \text{ mm} \quad (1)$$

where:

- ν – kinematic viscosity, m · s⁻¹;
- u_{τ} – friction velocity, m · s⁻¹;
- y^+ – nondimensional parameter.

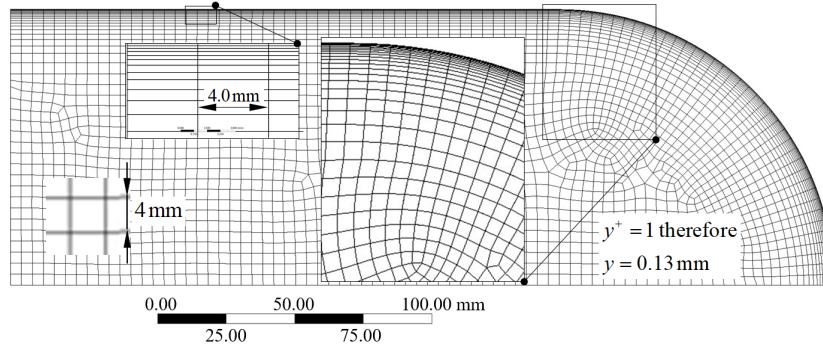


Fig. 2. Cross-section of the examined duct and its basic parameters [own study]

Kinematic viscosity ν was counted from formula

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.83 \cdot 10^{-5}}{1.204} = 1.52 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (2)$$

where:

- μ – dynamic viscosity of air, Pa · s, $\mu = 1.83 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, air at 20°C and 101.325 kPa;
- ρ – density of air, kg · m⁻³, $\rho = 1.204 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, air at 20°C and 101.325 kPa.

Friction velocity u_{τ} was counted from formula:

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = 0.235 \quad (3)$$

where:

τ_w – wall shear stress, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Wall shear stress τ_w was counted from formula:

$$\tau_w = C_f \cdot \frac{1}{2} \rho v_{\text{avg}}^2 = 0.0044 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.204 \cdot 5^2 = 0.0664 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}; \quad (4)$$

where:

v_{avg} – average velocity of flow in duct tested, assumption $v_{\text{avg}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,

C_f – nondimensional friction coefficient, –.

$$C_f = 0.079 Re^{-0.25} = 0.079 \cdot 102,632^{-0.25} = 0.0044 \quad (5)$$

It is very important that the Reynolds number exceeds the value of $Re = 10^5$ because it is assumed that for values $Re \geq 10^5$, local losses are independent of this number. In this state, the test results can be generalized.

The 16 m long model had nearly 16,000,000 finite elements (for turbulence model $k - \omega$).

3. Verification of velocity profile models

3.1. Basic notes on modeling

Knowledge of velocity distribution $v(w, h)$ enables analytical determination of volumetric flow rate $\dot{V}$. The vast majority of research related to ventilation systems or air conditioning relates to flows in pipelines (circular cross-section) and rectangular ducts. These cross sections enable relatively simple integration and determination of the volumetric flow rate from formula:

$$\dot{V} = \int_A v dA \quad (6)$$

where:

A – area of cross-section, m^2 , $A = A_{\text{cir}}$ – circular or $A = A_{\text{rec}}$ rectangular cross-section.

A rectangular cross-section with rounded corners is much harder to integrate. Due to symmetry, a quarter of cross-section is usually integrated and then the result is multiplied by 4. The quarter of cross-section is usually divided into two rectangles and quarter circle. This principle was used when deriving the following models of velocity distribution. The classic power-law velocity profile [2] was used as the basis, for circular cross-section is in the form:

$$v(r) = v_c \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (7)$$

where:

$r \in (0, R)$ – variable radius measured from the axis of the pipeline, m;

R – internal radius of the pipeline, m;

n – exponent.

Exponent n is a constant whose value depends on the Reynolds number. The value of n increases with increasing Reynolds number. The value $n = 7$ generally approximates many flows in practice, giving rise to the term one-seventh power-law velocity profile. This statement, however, cannot apply to the cases of tested ventilation ducts. Finding n was a fundamental problem during testing.

A modified form of power-law velocity profile was also used during modeling, see formula (8):

$$v(r) = v_c \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right)^{\frac{1}{m}} \quad (8)$$

Note that instead of n now there is m , always $m < n$. This modification is significant for the circular cross-section, we can easily determine the integral of this distribution, i.e. $\dot{V}(v_c, r, m)$, where v_c is velocity on the pipeline axis. This simplification, however, does not apply to rectangular cross-sections. Distributions defined by formulas (7) or (8) were applied to the rectangle, instead of the distribution along the radius r , this distributions along the axis w and h was used.

The second factor, apart from the velocity distribution, which influencing the derivation of the model, was the degree of flattening the rectangle Λ .

It is generally known that the theory of flow in pipelines and ducts is better described by the above equations (7) and (8) if cross-section is closer to circular one, for example, hexagon, octagon or square. Therefore, during modeling, the flattened cross-sections were virtually divided into a central part in the form of a rectangle and two symmetrical side parts that formed a virtual rounded square (Fig. 3).

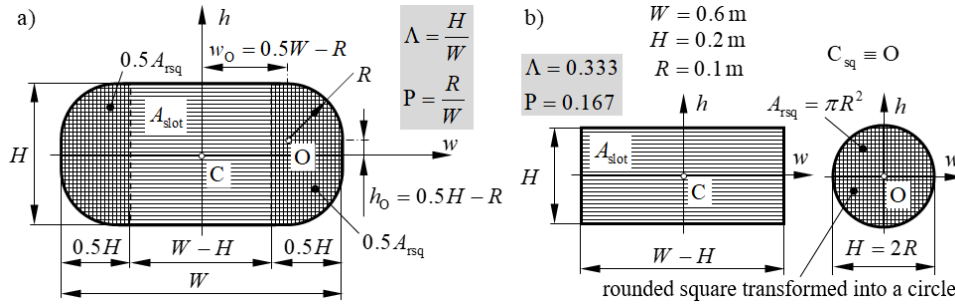


Fig. 3. Division of the cross-section area for slot – rounded square: a) general view, b) cross-section analyzed [own study]

In the rectangular section it was assumed that the nature of the flow is similar to the flow in the slot, hence the model name “slot-rounded square”. If the cross-section was not divided, the “uniform” name was used.

Fitting the distribution model to the results of numerical simulation has always consisted of minimizing the objective function $\Delta(n, v_c)$ for classic power-law velocity profile or $\Delta(m, v_c)$ for modified power-law velocity profile:

$$\Delta(n, v_c) = \Delta_w + \Delta_h = \sum_{i=1}^{151} (v_{isw} - v_{itw})^2 + \sum_{j=1}^{51} (v_{jsh} - v_{jth})^2 \quad (9a)$$

$$\Delta(m, v_c) = \Delta_w + \Delta_h = \sum_{i=1}^{151} (v_{isw} - v_{itw})^2 + \sum_{j=1}^{51} (v_{jsh} - v_{jth})^2 \quad (9b)$$

where:

- i – number of reading point along axis w , –;
- j – number of reading point along axis h , –;
- v_s – velocity on axis obtained during simulation, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- v_{sl} – velocity on axis calculated based on the distribution model, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Values of v_c and n or m treated as parameters of the objective function $\Delta(n, v_c)$ or $\Delta(m, v_c)$ were obtained while minimizing this function using the Solver add in the Excel spreadsheet. Value $\Delta(n, v_c) \Rightarrow \min$ or $\Delta(m, v_c) \Rightarrow \min$ was used as an indicator of the model quality.

3.2. Classic power-law velocity profile in uniform cross-section

In this model, it is assumed that the velocity distribution over the entire cross-sectional area of the duct is determined by the formula (7). The adjective “uniform” has been added in the title of this subsection, because the cross-section is not divided into two parts. It was assumed that the velocity distribution in the cross-section is determined using the classic power-law velocity profile:

$$v_{\text{prl}}(w, h) = v_c \left(\left(1 - \frac{w}{0.5W} \right) \left(1 - \frac{h}{0.5H} \right) \right)^{\frac{1}{n}} \quad (10)$$

In Fig. 4, against the background of the results in numerical simulation, courses of velocity distributions based on formula (11) on duct axes w and h are shown.

The minimum value of the objective function $\Delta(n, v_c) = 7.799$. Values of n and v_c are presented in Fig. 4. Velocity v_{cs} is velocity obtained during simulation in point C (see Fig. 1). This velocity is same for all 4 models.

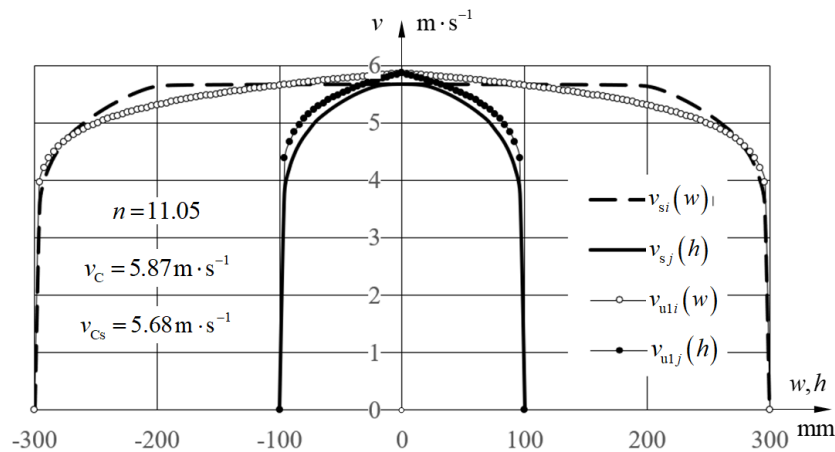


Fig. 4. Comparison of the velocity distribution obtained as a result of numerical simulation and determined on the basis of classic power-law velocity profile in uniform cross-section [own study]

3.3. Modified power-law velocity profile in uniform cross-section

In this model, it is assumed that the velocity distribution over the entire cross-sectional area of the duct is determined by the formula (11). As in section 3.2 adjective “uniform” has been added in the title of this subsection, because the cross-section is not divided into two parts.

$$v_{\pi 2}(w, h) = v_c \left(\left(1 - \left(\frac{w}{0.5W} \right)^2 \right) \left(1 - \left(\frac{h}{0.5H} \right)^2 \right) \right)^{\frac{1}{m}} \quad (11)$$

The minimum value of the objective function $\Delta(m, v_c) = 5.673$. Values of m and v_c are presented in Fig. 5.

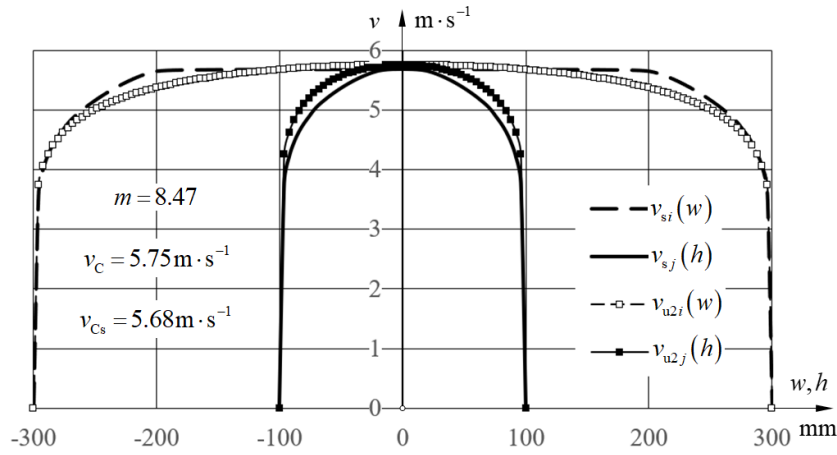


Fig. 5. Comparison of the velocity distribution obtained as a result of numerical simulation and determined on the basis of modified power-law velocity profile in uniform cross-section [own study]

3.4. Classic power-law velocity profile in slot-rounded square cross-section

In this model, it has been assumed that the flow in the duct has a twofold character: one-dimensional as in the slot $(W - H) \times H$ and two-dimensional as in the rounded square cross-section $H \times H$ (Fig. 3).

For slot $(W - H) \times H$:

$$v_{\text{slot1}}(h) = v_c \left(1 - \frac{h}{0.5H} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (12)$$

For rounded square $H \times H$:

$$v_{\text{rs1}}(w, h) = v_c \left(\left(1 - \frac{w}{0.5W} \right) \left(1 - \frac{h}{0.5H} \right) \right)^{\frac{1}{n}} \quad (13)$$

The minimum value of the objective function $\Delta(n, v_c) = 0.999$. Values of n and v_c are presented in Fig. 6.

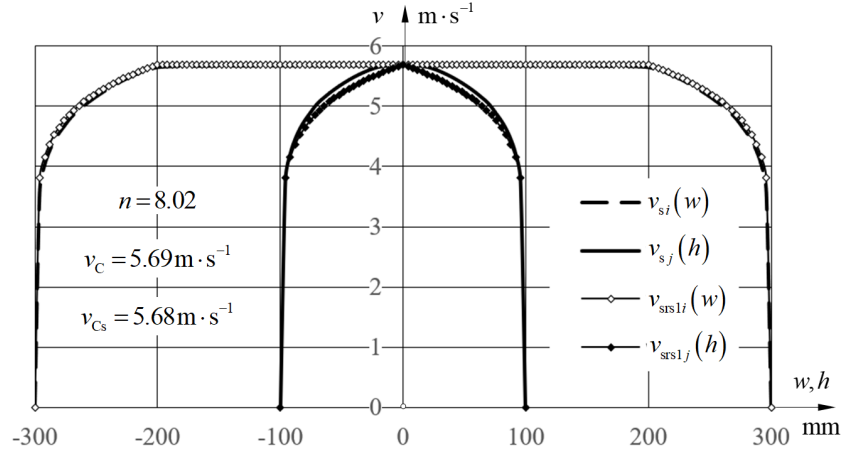


Fig. 6. Comparison of the velocity distribution obtained as a result of numerical simulation and determined on the basis of classic power-law velocity profile in slot-rounded square cross-section [own study]

3.5. Modified power-law velocity profile in slot-rounded square cross-section

In this model, it has been assumed that the flow in the duct has a twofold character: one-dimensional as in the slot $(W - H) \times H$ and two-dimensional as in the rounded square cross-section $H \times H$ (Fig. 3).

$$\text{For slot } (W - H) \times H: \quad v_{\text{slot1}}(h) = v_c \left(1 - \left(\frac{h}{0.5H} \right)^2 \right)^{\frac{1}{m}} \quad (14)$$

$$\text{For rounded square } H \times H: v_{\text{rs1}}(w, h) = v_c \left(\left(1 - \left(\frac{w}{0.5W} \right)^2 \right) \left(1 - \left(\frac{h}{0.5H} \right)^2 \right) \right)^{\frac{1}{m}} \quad (15)$$

The minimum value of the objective function $\Delta(m, v_c) = 1.322$. Values of m and v_c are presented in Fig. 7.

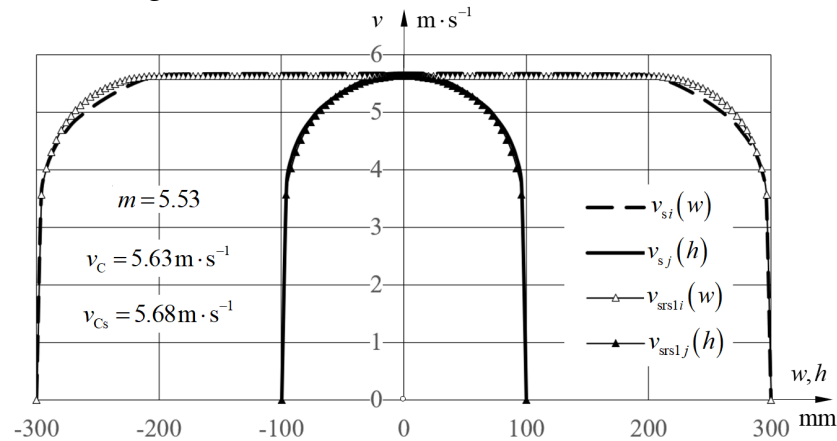


Fig. 7. Comparison of the velocity distribution obtained as a result of numerical simulation and determined on the basis of modified power-law velocity profile in slot-rounded square cross-section [own study]

4. Development of the velocity profile along the length of the ventilation duct

At the entrance to the duct a rectangular velocity profile $v(w, h) = v_{\text{avg}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ was adopted, than flow rate is $\dot{V} = 0.557 \text{ m}^3$. During experimental research, it was assumed that the minimum length of the duct necessary to stabilize changes in flow velocity on its axis should be $L = 20D_h$, which on the basis of Fig. 1 gives the value of $L = 6.24 \text{ m}$. From Fig. 8 we see, that $v(6)/v(16) = 0.9993$, it means that the velocity is stabilized, which confirms the assumption made during the measurements.

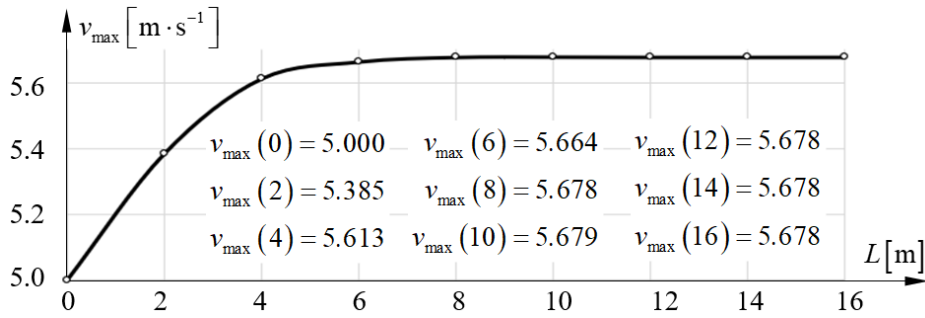


Fig. 8. Computed maximum velocity line on the examined duct axis [own study]

During the development of velocity distribution models in cross-sections, it was assumed that the velocity distribution along the long axis is practically constant over a certain part, symmetrical to duct axis L , Fig. 9a) [3] confirms this assumption. Another assumption was that the side parts of the velocity distribution along the long axis are similar to the velocity distribution along the short one, Fig. 9b) [3] confirms this assumption.

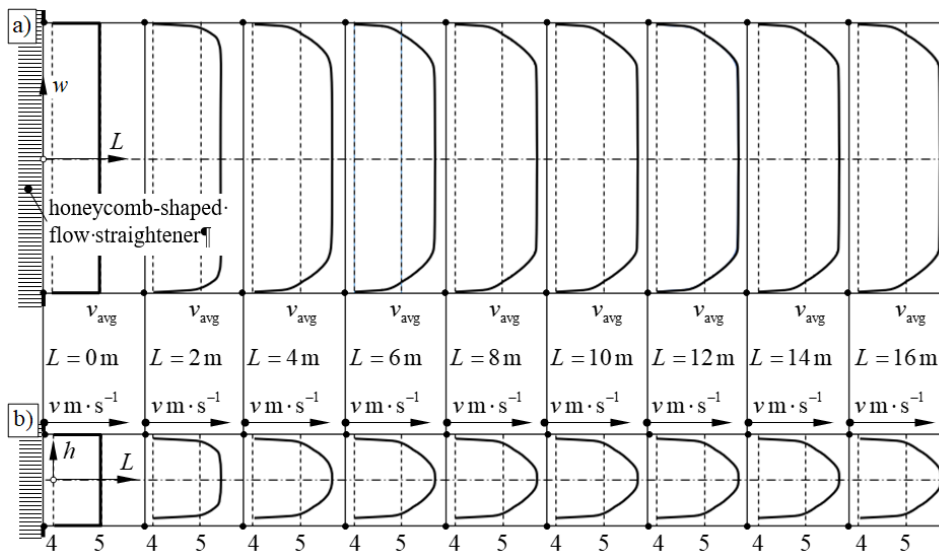


Fig. 9. Development of velocity profile along duct axes: a) axis w , b) axis h [3]

5. Conclusions

The results of the numerical analysis using FLUENT code are similar to the results of experimental studies as well as confirmed the correctness of the assumptions made during the theoretical analysis related to the development of velocity distribution models in the duct cross-section. The discrepancy between the results of experimental tests and numerical analysis was only quantitative, qualitatively these results were consistent – see Table 1.

Table 1. Comparison of indicators of matching theoretical models with the results of measurements and simulations [own study]

Area:	uniform		slot – rounded square	
Velocity distribution along the axes w, h :	power-law velocity profile			
	classic	modified	classic	modified
Indicator of the model quality:	formula			
	(9a)	(9b)	(9a)	(9b)
Measurement [4]:	24.269	21.930	11.578	10.294
Fluent:	7.799	5.673	0.999	1.322

The differences between the "Measurement" and "Fluent" values are probably due to the seals between the segments of the actual measured ducts. As flow disturbances due to seals are of a probabilistic nature, they were not taken into account during the simulation.

Fig. 10 shows on a larger scale simulation results around the point $S_{CFluent}$ at the intersection of the duct cross-section axes for individual theoretical models. It is clear that the slot – rounded square models are clearly better. The point $S_{CFluent}$ is the most important measuring point during industrial measurements.

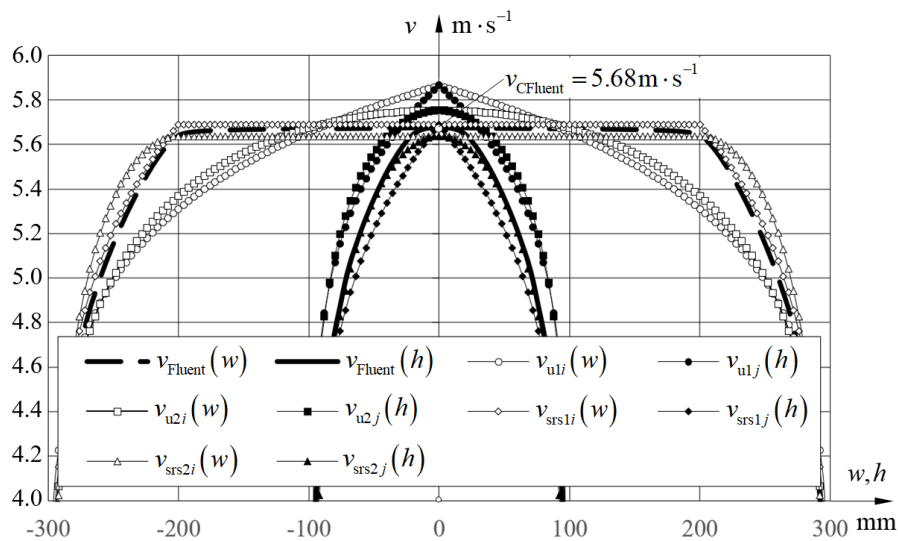
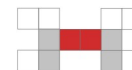


Fig. 10. Simulation and all models velocity distribution [own study]

References

- [1] Abe, H., Kawamura, H., Matsuo, Y., "Direct Numerical Simulation of a Fully Developed Turbulent Channel Flow With Respect to the Reynolds Number Dependence", *J. Fluids Eng.* 382, (2001).
- [2] Cengel, Y.A., Cimbala, J.M., "Fluid Mechanics. Fundamentals and Applications", McGraw-Hill, New York 2006.
- [3] Mrozik, D., „Weryfikacja danych doświadczalnych dotyczących rozkładu prędkości powietrza w kanałach wentylacyjnych z wykorzystaniem środowiska ANSYS–FLUENT (in English: "Verification of Experimental Data Regarding the air Velocity Distribution in Ventilation Ducts with the use of ANSYS–FLUENT Code)""", Master thesis, Faculty of Mechanical Engineering, UTP University of Science and Technology, Bydgoszcz 2019.
- [4] Peszyński, K., "Building a Bridge Between Industry and Theory on The Example of a New Ventilation System", International Conference Experimental Fluid Mechanics 2018, 9–14, DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201921301001>.
- [5] Peszyński, K., "Linear Pressure Losses Coefficients in a New Ventilation System", Proceedings of 25th International Conference Engineering Mechanics 2019, 279–282.
- [6] Peszyński, K., Novosád, J., Smyk, E., Olszewski, Ł., Dančová, P., "Modelling of Air Flow Rate in Significantly Flattened Rounded Rectangular Ventilation Ducts", EPJ Web of Conferences 180:02082, 2018.
- [7] Peszyński, K., Olszewski, Ł., Smyk, E., Kasprowicz, T., "Development of New Type Ventilation Ducts System", Proceedings of 23rd International Conference Engineering Mechanics 2017, 50–53.
- [8] Peszyński, K., Olszewski, Ł., Smyk, E., Perczyński, D., "Analysis of the velocity distribution in different types of ventilation system ducts", EPJ Web of Conferences 180:02081, 2018.
- [9] Smyk, E., Mrozik, D., Olszewski, Ł., Peszyński, K., "Numerical simulation of minor losses coefficient on the example of elbows", EPJ Web of Conferences 180:02093, 2018.
- [10] Smyk, E., Mrozik, D., Wawrzyniak, S., Peszyński, K., "Tabular Air Deflector in Ventilation Ducts", Proceedings of 23rd International Conference Engineering Mechanics 2017, 882–885.



Analiza naprężeń i odkształceń powstałych w wyniku uderzenia tępym narzędziem w czaszkę ludzką

Michał Stopel^{1*}, Adriana Guziwelakis²

¹ Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska; e-mail: michal.stopel@utp.edu.pl

² Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska; e-mail: a.guziwelakis@gmail.com

* Autor korespondencyjny; e-mail: michal.stopel@utp.edu.pl

Streszczenie: Obrażenia głowy jako następstwa urazów stanowią często przedmiot oceny w praktyce sądowo-lekarskiej. Odtworzenie okoliczności wystąpienia urazu ma kluczowe znaczenie dla organów procesowych. W niniejszej pracy przedstawiono analizę naprężeń oraz odkształceń czaszki człowieka na skutek uderzenia tępym narzędziem. Badania oparto na modelu czaszki uzyskanym w wyniku przeprowadzonego badania z zastosowaniem tomografu komputerowego, przetworzonym przy użyciu odpowiednich narzędzi CAD oraz CAE. Analizy numeryczne o charakterze nieliniowym w dziedzinie czasu, z zastosowaniem oprogramowania LS-Dyna, pozwoliły na zobrazowanie zmian zachodzących w czaszce człowieka podczas uderzenia oraz na ocenę jego skutków. W pracy wykazano, że stosunkowo niewielka siła uderzenia może doprowadzić do znaczących obrażeń organizmu. W wyniku uderzenia powstają liczne pęknięcia, a naprężenie oraz odkształcenie rozchodzi się po kościach czaszki promieniście od miejsca uderzenia. Do tego doprowadzić może do przemieszczeń organów znajdujących się wewnątrz czaszki, które w wyniku uderzenia obijają się o jej ścianki, co powoduje wystąpienie obrażeń wtórnych.

Słowa kluczowe: LS-Dyna, MES, obrażenia głowy, tomografia czaszki, modelowanie materiału kości

Analysis of stresses and deformations resulting from punches on the human skull with the blunt tool

Michał Stopel^{1*}, Adriana Guziwelakis²

¹ UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland; e-mail: michal.stopel@utp.edu.pl

² UTP University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland; e-mail: a.guziwelakis@gmail.com

* Correspondent author; e-mail: michal.stopel@utp.edu.pl

Summary: Head injuries as a consequence of accidents are often assessed in forensic medical practice. Recreating the circumstances of the injury is crucial for the

judicial authorities. This study analyzes the stresses and deformations of the human skull as a result of a blunt tool impact. The research was based on a model of the skull obtained as a result of an examination with the use of a computer tomograph, processed with the use of appropriate CAD and CAE tools. The conducted numerical analyzes, non-linear in the time domain, with the use of the LS-Dyna software, allowed to visualize the changes taking place in the human skull during the impact and to evaluate its effects. The study showed that a relatively small impact force can lead to significant bodily injuries. As a result of the impact, numerous fractures are formed, and the stress and deformation propagate across the bones of the skull radially from the place of impact. This can lead to the displacement of organs inside the skull, which, as a result of the impact, bump into its walls, which leads to secondary injuries.

Key words: LS-Dyna, FEM, head injuries, computer tomography, bone material modeling

1. Wstęp

Obrażenia głowy jako następstwa urazów stanowią często przedmiot oceny w praktyce sądowo-lekarskiej. Występują one w wyniku różnych zdarzeń losowych, np. bójek, wypadków drogowych czy też na skutek upadku. Nierzadko stanowią bezpośrednią przyczynę zgonu lub powstania trwałego uszczerbku na zdrowiu. W związku z tym dla organów procesowych odtworzenie okoliczności wystąpienia obrażeń na ciele ma znaczenie kluczowe. Ocenia się przy tym moment ich powstania, czas oddziaływania sił zewnętrznych oraz wskazuje się najbardziej prawdopodobne przyczyny, które doprowadziły do ich wystąpienia. W wielu przypadkach błędnie interpretowano miejsca, w których doszło do pęknięcia czaszki jako miejsca bezpośredniego. W pracy G. Teresińskiego [11] na przykładzie 100 czaszek – w oparciu o analizy rozkładu naprężeń i pęknięć kości – wykazano zależność pomiędzy powstałymi urazami a miejscem przyłożenia siły. Zauważono, że najczęściej występujące złamania okolic skroniowo-ciemieniowych mogą być skutkiem uderzenia w praktycznie dowolną okolicę głowy, szczeliny o przebiegu zbliżonym do poziomego są zazwyczaj skutkiem uderzenia w tylną część głowy, natomiast uderzenia w część przednią czaszki zazwyczaj prowadzą do powstania pęknięć o charakterze pionowym.

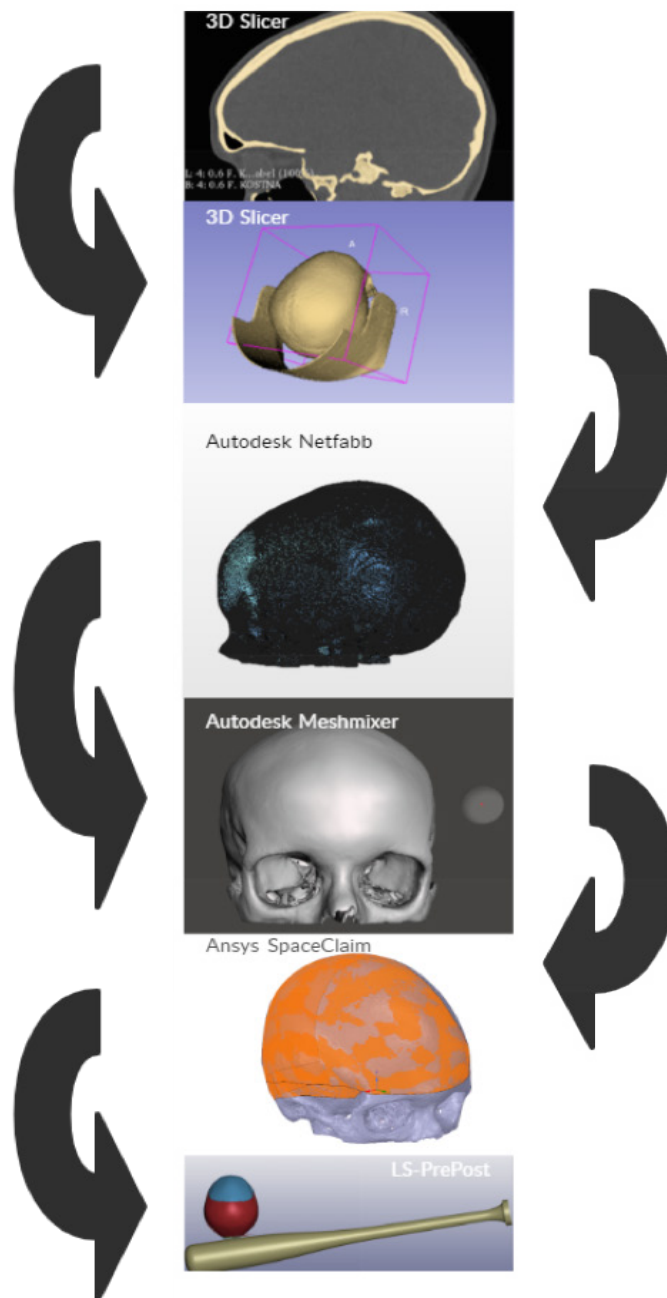
Według danych z Wielkiej Brytanii napady rozbójnicze są przyczyną urazów głowy w 11,4% przypadków. Odsetek ten znacznie zwiększa się w społeczeństwach o dużej przestępczości, niekiedy przekracza 50% i jest główną przyczyną urazów głowy. Uraz głowy może nie dawać objawów zewnętrznych. Cały szereg uszkodzeń może powstać wewnątrz, na przykład może dojść do krwotoku wewnątrzczaszkowego bądź wstrząśnienia mózgu [1]. Urazy czaszkowo-mózgowe stały się w dzisiejszych czasach problemem socjomedycznym, a jednocześnie poważną przyczyną zagrożenia zdrowia i życia człowieka. W wielu państwach, w tym także w Polsce, urazy stanowią trzecią – najczęstszą (pierwszą są choroby naczyniowe, a drugą choroby nowotworowe) przyczynę zgonów [7]. Czaszkowo-mózgowe urazy można podzielić ze względu na mechanizm pourazowy. Wyróżnia się dwa rodzaje urazów. Urazy pierwotne, czyli bezpośrednie zadziaływanie czynnika niszczącego w momencie zdarzenia (m.in. wstrząśnienie oraz stłuczenie mózgu) oraz urazy wtórne, które rozwijają się w ciągu kolejnych minut, godzin lub dni (m.in. krwawienie śródczaszkowe, obrzęk mózgu) [5]. Mózg jest zabezpieczony przed wpływem szkodliwych warunków zewnętrznych przez kości czaszki oraz powłoki miękkie. W dużej mierze potrafią one zmniejszyć siłę urazu poprzez jej rozproszenie w wyniku przerywania ciągłości warstw. Przy zadziaływaniu odpowiednio dużej energii kinetycznej w chwili urazu może dojść do uszkodzenia tkanek miękkich okalających kości czaszki bądź też do pęknięć samej kości [8].

W pracy skupiono się na uszkodzeniach struktury kostnej czaszki ludzkiej, będących wynikiem uderzenia kijem baseballowym klasyfikowanym w medycynie sądowej jako narzędzie o tępym krawędziach.

Celem badań była ocena przydatności obliczeń numerycznych z zastosowaniem metody elementów skończonych pod kątem oceny okoliczności powstania urazów głowy.

2. Metoda badawcza

Metodykę badawczą oparto o algorytm postępowania przedstawiony na rysunku 1. Algorytm ten miał na celu przygotowanie modelu powierzchniowego użytecznego w procesie przygotowywania modelu numerycznego na potrzeby analizy numerycznej o charakterze nieliniowym z zastosowaniem solvera LS-Dyna.

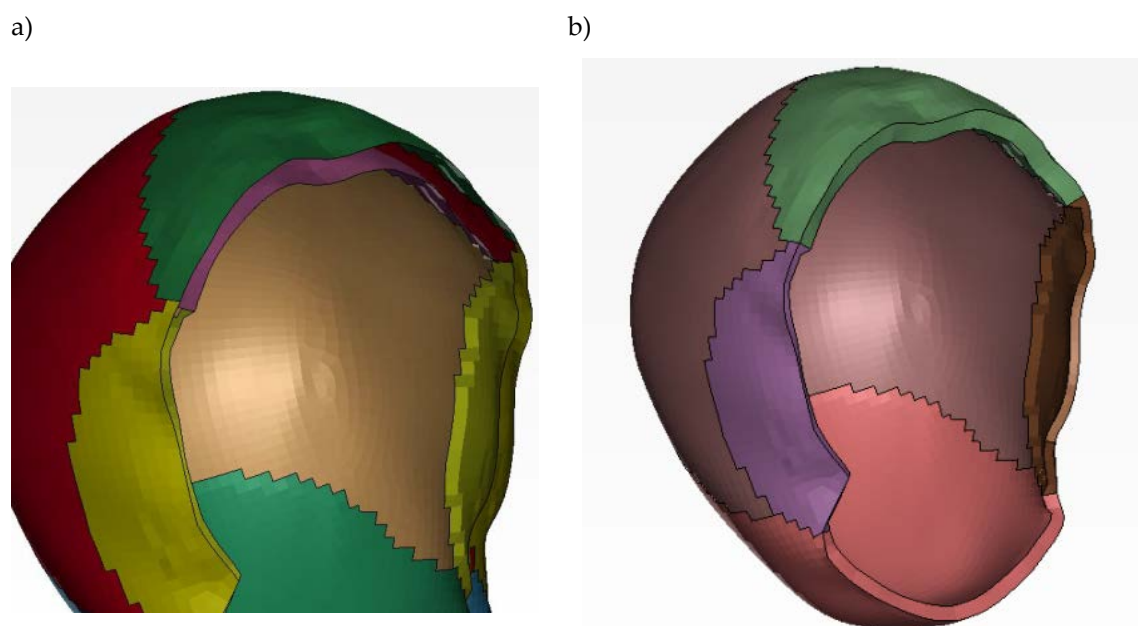


Rys. 1. Algorytm przygotowywania modelu numerycznego kości czaszki [opracowanie własne]
Fig. 1. Algorithm of preparing a numerical model of the skull bone [own study]

Punkt wyjścia stanowiło badanie z zastosowaniem tomografii komputerowej, w wyniku której otrzymano skan kości czaszki w formacie DAICOM. Skan wstępnie przygotowano w środowisku 3D Slicer, tworząc model powierzchniowy kości czaszki, składający się z dużej liczby wielokątów. W trakcie tego etapu oczyszczono model uzyskany z zastosowaniem tomografu z zanieczyszczeń oraz struktur niebędących przedmiotem analizy. Następnie za pomocą oprogramowania Autodesk Meshmixer dokonano niezbędnych poprawek modelu powierzchniowego. Stosując odpowiednie narzędzia naprawiono nieciągłości modelu oraz zmniejszono liczbę wielokątów budujących powierzchnię. Kolejnym etapem było wygenerowanie gładkiego modelu powierzchniowego, już bez podziału na wielokąty. Do tego zastosowano oprogramowanie Ansys SpaceClaim. Tak przygotowany model powierzchniowy mógł być z powodzeniem podzielony na regularne elementy skończone na etapie tworzenia modelu numerycznego w środowisku LS-PrePost.

2.1. Model numeryczny

Model powierzchniowy uzyskany w wyniku opisanej procedury został podzielony na elementy skończone. Zastosowano dwa typy elementów, różne dla warstwy odpowiadającej istocie gąbczastej kości, tzw. śródkościa, i dla istoty zbitej [2]. W przypadku istoty zbitej zastosowano czterowęzłowe elementy powierzchniowe typu shell z trzema punktami całkowania z parametrem ELFORM = 10 (Belytschko-Wong-Chiang), oparte na założeniu kinematycznym Reissnera-Mindlina. W przypadku śródkościa zastosowano elementy przestrzenne ośmiowęzłowe z parametrem ELFORM = 1 (constant stress solid). Model numeryczny składał się z 46 764 elementów powłokowych oraz 109 548 elementów bryłowych. Dla elementów powierzchniowych stanowiących istotę zbitą kości przyjęto jednakową grubość 1 mm (rys. 2a). Grubość warstwy zbudowanej z elementów bryłowych zależna była od umiejscowienia (rys. 2b) [6, 9].



Rys. 2. Podział na elementy skończone; a) istota zbita; b) istota gąbczasta [opracowanie własne]
Fig. 2. Division into finite elements; a) cortical and trabecular bone; b) trabecular bone [own study]

Pomiędzy poszczególnymi elementami modelu, tj. pomiędzy istotą gąbczastą a zbitą kości oraz pomiędzy czaszką a kijem baseballowym, zastosowano algorytmy kontaktu. W pierwszym przypadku zastosowano kontakt TIED SURFACE TO SURFACE OFFSET umożliwiający stałe połączenie węzłów elementów typu shell z zewnętrznymi segmentami elementów bryłowych. W drugim przypadku zastosowano kontakt AUTOMATIC GENERAL, dzięki czemu algorytm obliczeniowy automatycznie wykrywał węzły wchodzące w interakcje z innymi elementami modelu.

Jako model konstytutywny materiału dla wszystkich części zastosowano model Johnsona-Cooka (JC) (1) [10]. Wartości stałych modelu przyjęte dla poszczególnych elementów zebrano w tabeli 1 [4]. Zastosowany uproszczony model JC nie uwzględniał wpływu prędkości odkształcenia oraz temperatury na właściwości materiałowe, stąd też zastosowanie miał tylko pierwszy człon równania (1):

$$\sigma_y = (A + B \cdot \varepsilon_p^n) \left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^C (1 - T^{*m}) \quad (1)$$

gdzie: A – granica plastyczności, B – moduł umocnienia postaciowego, n – wykładnik umocnienia postaciowego, $\dot{\varepsilon}_p$ – prędkość narastania odkształcenia plastycznego, C – współczynnik szybkości odkształceń, $\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$ – iloraz prędkości odkształcenia w warunkach dynamicznych do prędkości odkształcenia w próbie quasi-statycznej, m – wykładnik osłabienia termicznego, $T^* = \left(\frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}\right)$ – temperatura homologiczna, T_{room} – temperatura pokojowa, T_{melt} – temperatura topnienia.

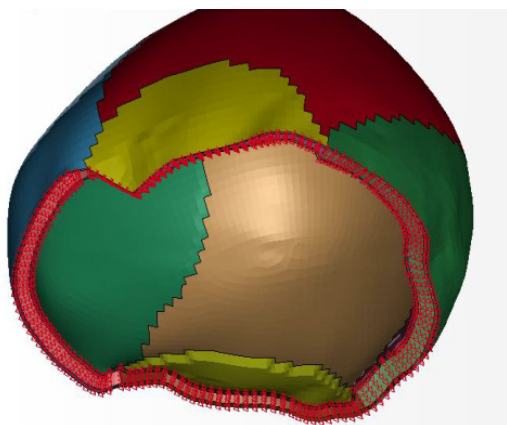
Tabela 1. Wartości stałych materiałowych [opracowanie własne]

Table 1. The values of material constants [own study]

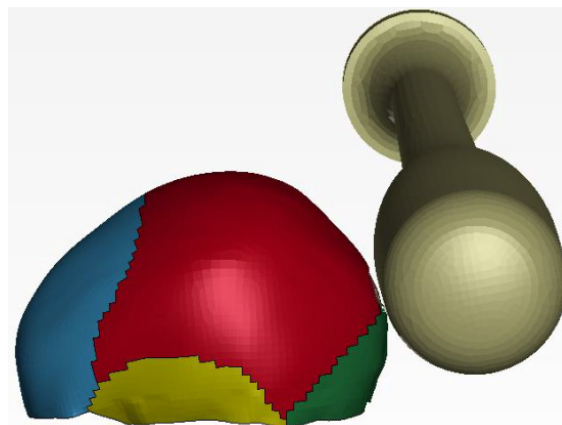
Element	Gęstość [kg/m ³]	Moduł Younga [MPa]	Wsp. Poissona	A [MPa]	B	N	Odkształcenie przy uszkodzeniu
Istota zbita	1900	122000	0.21	90	0.1	0.1	0.2E-03
Istota gąbczasta	1500	1000	0.05	28	0.1	0.1	0.1E-03
A365	2700	69000	0.32	270	266	0.28	0.2

Model czaszki został utwierdzony w przestrzeni poprzez odebranie wszystkich stopni swobody węzłom znajdującym się na swobodnej krawędzi modelu (rys. 3).

Model aluminiowego kija baseballowego został utworzony z zastosowaniem elementów typu shell o grubości 5 mm. Również w tym przypadku zastosowano model materiałowy Johnsona-Cooka, przyjmując stałe materiałowe odpowiadające aluminium A356. Wymiary kija baseballowego wynosiły odpowiednio: długość 840 mm, średnica w najszerszym miejscu 90 mm oraz masa 871 g. Węzłom znajdującym się na rękojeści kija nadano prędkość początkową w chwili $t = 0$ s równą 5 km/h względem punktu oddalonego od jego końca o 47 cm, co wynikało z przyjętej długości przedramienia [3]. Pełen model numeryczny przedstawiono na rysunku 4.



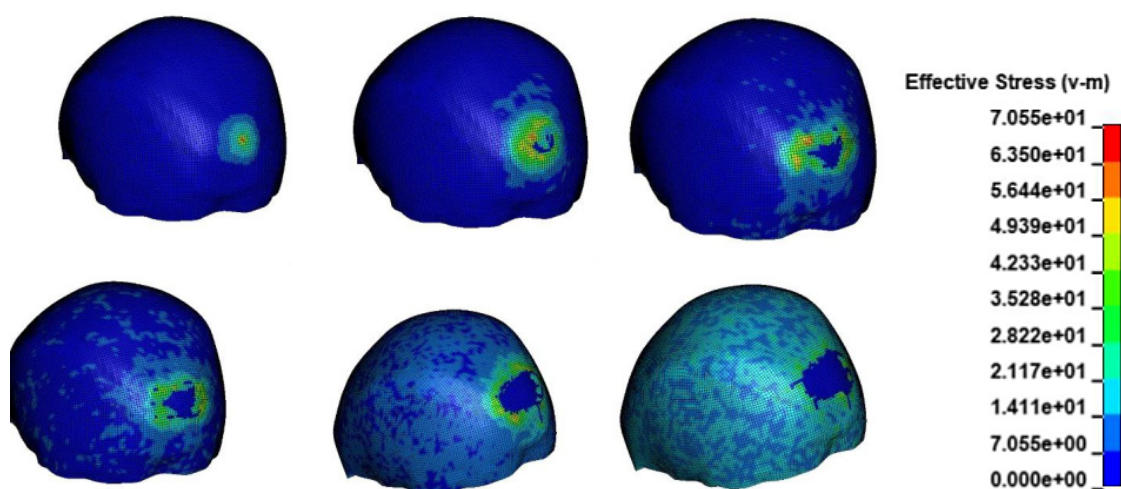
Rys. 3. Utwierdzenie w przestrzeni
[opracowanie własne]
Fig. 3. Fixing in space [own study]



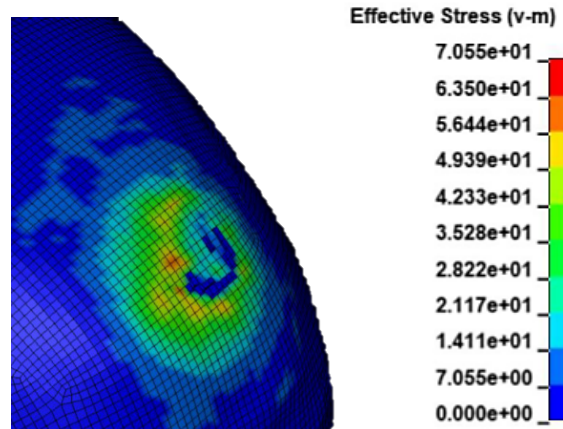
Rys. 4. Model numeryczny
[opracowanie własne]
Fig. 4. Numerical model [own study]

3. Wyniki

W wyniku uderzenia czaszki kijem baseballowym dochodzi do uszkodzenia kości potylicznej i kości ciemieniowych. Rysunek 5 wskazuje, jak zmieniał się rozkład naprężeń oraz jak rozwijało się uszkodzenie w kościach czaszki w przedziale czasowym od 43. do 59. sekundy czasu symulacji. W tym czasie początkowo kości czaszki odkształcały się sprężysto, a po przekroczeniu granicy plastyczności szybko dochodziło do uszkodzenia. Najwyższa wartość naprężenia została osiągnięta w 46. s i wyniosła 70 MPa (rys. 6), następnie doszło do przerwania ciągłości tkanki kostnej. Istota gąbczasta przyczyniła się do zmniejszenia energii przekazanej do kości zbitej od wewnętrznej strony. Na rysunku 7 zaprezentowano końcowy stan istoty zbitej kości w wyniku przerwania jej ciągłości. Od momentu pojawienia się pęknięcia wartość naprężenia maksymalnego zaczęła spadać, jednocześnie fala naprężenia zaczęła promieniście migrować w kierunku kości czołowej. Wartość naprężenia wynosiła około od 14 MPa do 21 MPa.

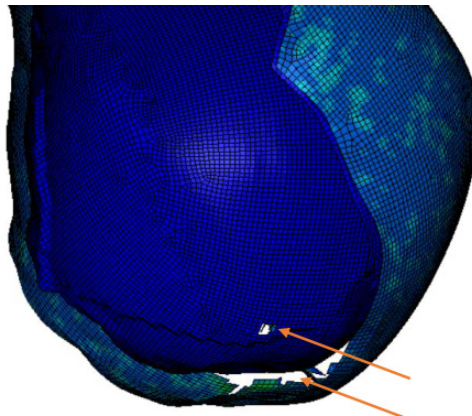


Rys. 5. Rozkład naprężeń w trakcie uderzenia (43–59 s) [opracowanie własne]
Fig. 5. Stress distribution during impact (43–59 s) [own study]



Rys. 6. Rozkład naprężeń w trakcie uderzenia (46 s) [opracowanie własne]

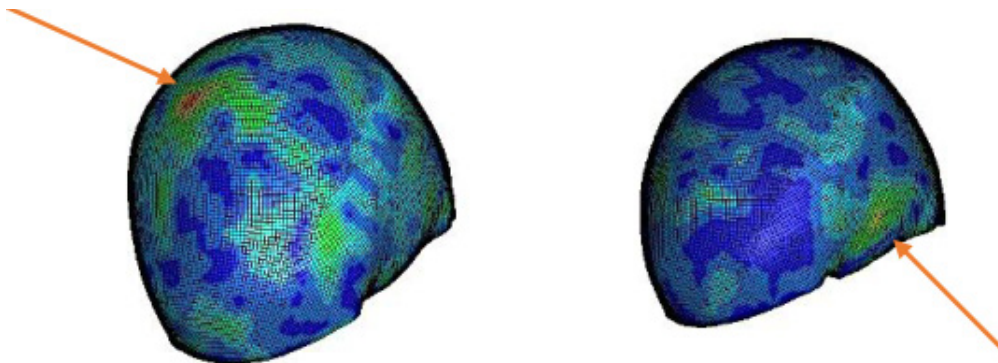
Fig. 6. Stress distribution during impact (46 s) [own study]



Rys. 7. Przerwanie ciągłości warstwy (53 s) [opracowanie własne]

Fig. 7. Layer break (53 s) [own study]

Obserwując rozkład naprężeń w istocie gąbczastej kości, zauważyć można było przemieszczający się wraz z falą naprężenia punkt spiętrzenia naprężeń. Na rysunku 8 widoczne jest umiejscowienie wspomnianego punktu w czasie 51 i 56 s trwania symulacji. Może to wskazywać na miejsca pojawienia się potencjalnych pęknięć kości w miejscu łączenia szwami kości o różnej grubości. W 51. sekundzie spiętrzenie występowało na styku kości czołowej z kością ciemieniową, natomiast w 56. sekundzie na styku kości ciemieniowej z kością skroniową.



Rys. 8. Rozkład naprężeń w trakcie uderzenia – spiętrzenia naprężeń (51 s; 56 s) [opracowanie własne]

Fig. 8. Stress distribution during impact – stress concentration (51 s; 56 s) [own study]

4. Podsumowanie

W przypadku zadawania ciosów energia kinetyczna narzędzia, przekazywana jest tkankom, w wyniku czego może dojść do ich uszkodzenia. Skala uszkodzeń zależy w głównej mierze od wartości energii kinetycznej uderzenia. W przypadku narzędzia o tępych krawędziach energia ta może być wystarczająca do tego, aby uszkodzić kości czaszki, o czym świadczą wyniki przeprowadzonych analiz. Na podstawie zebranych danych można zgodzić się ze stwierdzeniem, że może dojść do błędnej interpretacji wiążącej miejsce powstania uszkodzenia z miejscem przyłożenia siły. Jak widać na rysunku 8 punkt, w którym występują spiętrzenia naprężeń, przemieszczał się wraz z falą naprężenia, mogąc doprowadzić do przerwania ciągłości kości w miejscu, w którym kość jest osłabiona, na przykład w wyniku postępującej osteoporozy. Analiza numeryczna przeprowadzona na modelu pozyskanym z zastosowaniem tomografii komputerowej może być użytecznym narzędziem pozwalającym na postawienie słusznej diagnozy określającej przyczyny pojawienia się urazu [12]. Może pozwolić na określenie wartości przyłożonej energii kinetycznej, co w połączeniu z wiedzą na temat narzędzia, z którego użyciem doszło do popełnienia czynu zabronionego, pozwoli na określenie siły, z jaką musiał działać domniemany sprawca. Siła, jaka została przyłożona w trakcie analizy, była stosunkowo niska, a przerwanie powstało jedynie w miejscu jej przyłożenia. Jeśli na czaszkę zadziałałaby większa siła, można by się spodziewać pęknięć w miejscu pojawienia się spiętrzeń mimo braku patologii w strukturze kostnej.

Bibliografia

- [1] Berny, W., Rudnicki, J., Zub, W.L., „Neurotraumatologia część 2 – Urazy czaszkowo-mózgowe i twarzowo-czaszkowe”, UM Wrocław, wyd. 1., Wrocław 2014.
- [2] Bochenek, A., Reicher, M., „Budowa ogólna czaszki. Anatomia człowieka”, PZWL Warszawa, 2014. s. 99–135.
- [3] Cross, R., “Mechanics of swinging bat”, *American Journal of Physics*, Vol. 77, No. 1, s. 36–43, 2009, doi: 10.1119/1.2983146.
- [4] Deck, C., Nicolle, S., Willinger, R., “Human head FE modeling: Improvements of skull geometry and brain constitutive laws”, IRCOBI Conference – Graz (Austria), wrzesień 2004.
- [5] Głowacki, J., Marek, Z., „Urazy czaszki i mózgu rozpoznawanie i opiniowanie”, KWM, Kraków 2000.
- [6] Mahinda, H.A.M., Murty, O.P., “Variability in thickness of human skull bones and sternum – an autopsy experience”, *Indian Journal of Forensic Medicine & Technology*, Vol 126, No. 2, 2019, s. 26–31.
- [7] Raszeja, S., Nasiłowski, W., Markiewicz, J., „Medycyna sądowa. Podręcznik dla studentów”, Państwowy Zakład Wydawnictw Lekarskich, Warszawa 1990.
- [8] Sąsiadek, M., Turek, T., Hendrich, B., et. al., „Diagnostyka neuroobrazowa urazów czaszkowo-mózgowych”, [W:] W. Berny, J. Rudnicki, W. L. Zub, „Urazy czaszkowo-mózgowe i twarzowo-czaszkowe”, UM Wrocław, wyd. 1., Wrocław 2014.
- [9] Sahoo, D., Deck, C., Yoganandan, N., Willinger, R., “Anisotropic composite human skull model and skull fracture validation against temporo-parietal skull fracture”, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 28, 2013, s. 340–353, doi: 10.1016/j.jmbbm.2013.08.010.
- [10] Stopel, M., „Metodyka wyznaczania stałych dla modelu konstytutywnego i modelu uszkodzenia Johnsona-Cooka”, UTP Bydgoszcz 2020.

- [11] Teresiński, G., „O ustalaniu okoliczności urazu głowy”, *Archiwum Medycyny Sądowej i Kryminologii*, Vol. 52, No. 2, 2002, s. 65–83.
- [12] Urbaniak, A., Chrzan, R., „Zastosowanie badania tomografii komputerowej (TK) dla potrzeb medycyny sądowej”, *Przegląd lekarski*, Vol. 70, No. 5, 2013, s. 229–242.



© 2020 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



Próba znalezienia transmitancji węzła ciernego

Maciej Szews

TNC sp. z o.o. Dealer IVECO, Gdańsk

Streszczenie: W pracy przedstawiono model matematyczny procesu hamowania w postaci transmitancji obiektu statycznego pierwszego rzędu, wyznaczony na podstawie danych uzyskanych podczas badań eksploatacyjnych. Do optymalizacji procesu wykorzystano dodatek Solver w arkuszu kalkulacyjnym Excel. We wprowadzeniu przedstawiono analizę teoretyczną modelu hamowania i wykazano, że prowadzi ona do równań różniczkowych nieliniowych.

Słowa kluczowe: proces hamowania, model matematyczny, transmitancja, Solver, bilans energetyczny

An attempt to find the friction node transfer function

Maciej Szews

TNC sp. z o.o. Dealer IVECO, Gdańsk

Summary: The paper presents the mathematical model of the braking process in the form of the first order static element transfer function determined on the basis of data obtained during operational tests. The Solver add-on in the Excel spreadsheet was used to optimize the process. In the introduction the theoretical analysis of braking process was presented and it was shown that it leads to nonlinear differential equations.

Key words: braking process, mathematical model, transfer function, Solver, energy balance

1. Wstęp

Celem pracy jest budowa modelu matematycznego określającego dynamikę wzrostu temperatury tarczy hamulcowej podczas procesu hamowania ciągnika siodłowego. W pierwszej części podjęto próbę analitycznego znalezienia modelu. Na podstawie przeprowadzonej analizy udowodniono, że model ten byłby bardzo skomplikowany, wobec tego nieczytelny. Komplikacja polega na uwzględnieniu dużej liczby parametrów. Pominięcie niektórych parametrów prowadziłoby do znacznych niedokładności modelu.

Wobec powyższego zbudowano opis matematyczny procesu na podstawie prowadzonych wcześniej badań doświadczalnych w postaci transmitancji operatorowej [2]. Jako wielkość wejściową przyjęto przyrost temperatury tarczy hamulcowej w czasie odniesiony do wartości ustalonej tej tarczy po procesie hamowania. Szeroko wykorzystano analizę statystyczną

2. Model analityczny

Najbardziej ogólnym równaniem opisującym właściwości dynamiczne procesu hamowania jest bilans energetyczny: energia kinetyczna poruszającego się samochodu podczas jazdy po płaskiej drodze bez wzniesień (płaszczyzna pozioma) zamieniana jest w ciepło, które jest rozpraszane do otoczenia. W stanie dynamicznym rośnie temperatura węzła hamulcowego, co jest oznaką akumulowania się energii w węźle składającym się z tarczy hamulcowej i klocka oraz ich najbliższego otoczenia. Ogólnie można napisać:

$$\Delta E_{\text{system}} = E_{\text{in}} - E_{\text{out}} \text{ [kJ]} \quad (1)$$

gdzie:

- ΔE_{system} – zmiana energii całkowitej analizowanego systemu, przykładowo ciągnika siodłowego z trójosiową naczepą, w [kJ],
- E_{in} – ilość energii dostarczanej do systemu, np. z silnika, w [kJ],
- E_{out} – ilość energii rozpraszanej, w [kJ].

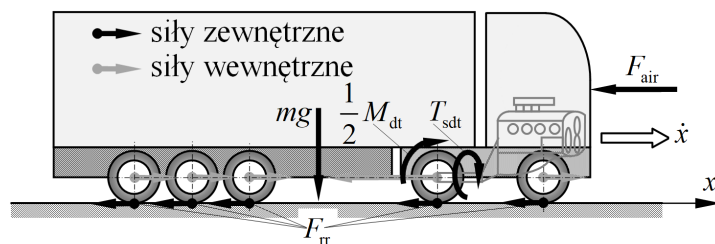
Przykładowo, podczas ruchu jednostajnego w poziomie $v = \text{const}$ nie ma akumulacji energii, wobec tego równanie (1) przyjmuje postać:

$$0 = E_{\text{in}} - E_{\text{out}} \text{ [kJ]} \quad (2)$$

Dogodniejszy do analizy jest bilans mocy:

$$0 = \dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} \text{ [kW]} \quad (3)$$

W tym stanie praca silnika wyznaczona na podstawie jego mocy zużywana jest przede wszystkim na pokonanie oporów ruchu w powietrzu i sił oporów tarcia kół o jezdnię (rys. 1).



Rys. 1. Podstawowe siły działające na samochód w ruchu [opracowanie własne]

Fig. 1. Basic forces acting on a heavy truck in motion [own study]

Moc silnika można wyznaczyć ze wzoru:

$$\dot{W}_{sh} = \omega T W \quad \text{lub} \quad \dot{W}_{sh} = \frac{2\pi \dot{n}}{60} \frac{T}{1000} \text{ kW} \quad (4)$$

gdzie:

$\dot{W}_{sh}$ – moc na wale napędowym, w [kW],

ω – prędkość kątowa wałka napędowego, w [rad/s],

$\dot{n}$ – prędkość obrotowa wałka napędowego, w [obr/min],

T – moment obrotowy, w [N·m].

Szczególnie trudne może być uwzględnienie oporów ruchu w powietrzu, ponieważ przyjmuje się, że:

$$F_{air} = \beta \dot{x} \quad (5)$$

gdzie:

F_{air} – siła oporów ruchu w powietrzu, w [N],

β – współczynnik oporów ruchu w powietrzu, w [N·s/m],

$\dot{x}$ – prędkość samochodu, w [m/s].

Wobec tego moc rozpraszana $\dot{E}_{air}$ w wyniku oporów ruchu w powietrzu można określić wzorem:

$$\dot{E}_{air} = F_{air} \dot{x} = \beta \dot{x}^2 \quad (6)$$

Sygnalizowana powyżej trudność polega na tym, że prędkość $\dot{x}$ jest podniesiona do kwadratu, co będzie prowadziło do nieliniowego równania różniczkowego, natomiast współczynnik β jest zależny od wielu parametrów, przede wszystkim od kształtu pojazdu, ale również warunków atmosferycznych.

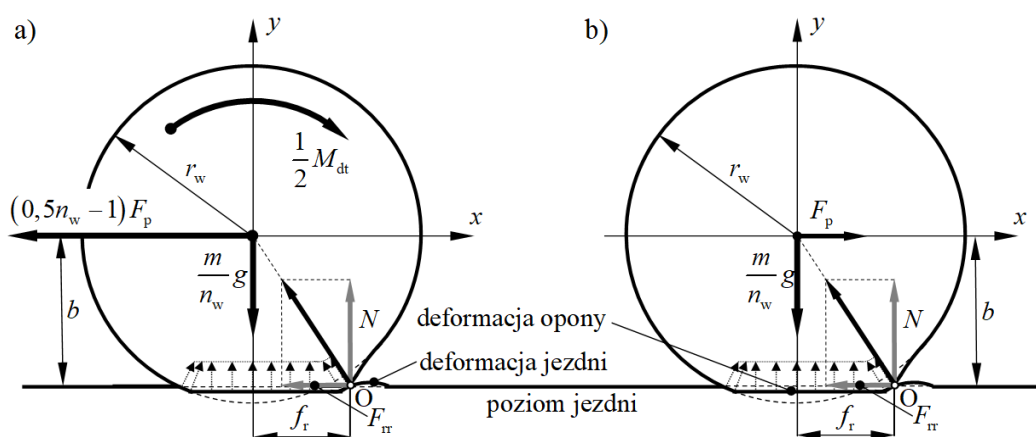
Siłę oporów tarcia kół na powierzchni jezdni można wyznaczyć z układu równań dla koła napędowego i koła tocznego (rys. 2), określających w obydwóch przypadkach warunek równowagi momentów wokół punktu O. Przyjmujemy założenie upraszczające, że promień koła jest w przybliżeniu równy ramieniu $r_w \approx b$, dla sił $4F_p$ (rys. 2a) lub F_p (rys. 2b). Należy zauważyć, że układ równań (7) został napisany tylko dla jednej strony pojazdu:

$$\text{dla koła napędzanego} \quad 0,5M_{dt} = (0,5n_w - 1)F_p r_w + \frac{m}{n_w} g \cdot f_r \quad (7)$$

$$\text{dla koła tocznego} \quad 0 = F_p r_w - \frac{m}{n_w} g \cdot f_r \quad (8)$$

gdzie:

- M_{dt} – moment obrotowy na wale mostu, wyznaczony z momentu obrotowego silnika T , w [N·m],
- F_p – siła ciągnąca dla jednego koła, w [N],
- r_w – promień koła, w [m],
- f_r – współczynnik tarcia tocznego, w [m],
- m – całkowita masa pojazdu, w [kg],
- n_w – łączna liczba kół samochodu,
- g – przyspieszenie ziemskie, w [m·s⁻²].



Rys. 2. Opory tocznienia: a) koło napędzane, b) koło toczne [opracowanie własne]

Fig. 2. Rolling resistance: a) driven wheel, b) rolling wheel [own study]

Siłę tarcia tocznego F_{rr} można wyznaczyć bezpośrednio z równania (8), przyjmując, że z warunku równowagi dla sił poziomych $F_p = F_{rr}$:

$$F_{rr} = F_p = \frac{m}{n_w} g \frac{f_r}{r_w} \quad (9)$$

czyli moc rozpraszana na n_w kołach (moc zamieniana w ciepło) w wyniku tarcia tocznego:

$$\dot{E}_{rr} = F_{rr} \dot{x} = m \cdot g \frac{f_r}{r_w} \dot{x} \quad (10)$$

Z równania (7) można wyznaczyć moment obrotowy na wale mostu napędowego, po podstawieniu (9) do (7) otrzymamy:

$$M_{dt} = m \cdot g \cdot f_r \quad (11)$$

Bilans mocy procesu hamowania, przy przyjęciu założeń, że w chwili wciśnięcia pedału hamulca $t = 0$ prędkość pojazdu wynosiła $\dot{x}(0)$, po czasie $t = t_h$ wynosiła $\dot{x}(t_h)$, silnik jest odłączony poprzez sprzęgło $\dot{E}_{in} = 0$:

$$\Delta \dot{E}_{system} = 0 - \Delta \dot{E}_k - \beta \cdot \dot{x}^2(t) - m \cdot g \cdot \frac{f_r}{r_w} \dot{x}(t) \quad (12)$$

Należy zauważyć, że zmiana energii kinetycznej ΔE_k jest zmianą stanu pojazdu, zależy więc jedynie od stanu końcowego $E_k(t_h) = 0,5m \cdot \dot{x}^2(t_h)$ i stanu początkowego w procesie hamowania $E_k(t_0) = 0,5m \cdot \dot{x}^2(t_0)$, czyli rozproszona moc w przypadku zmiany energii kinetycznej nie jest zależna od t , wobec tego można napisać:

$$\Delta \dot{E}_k = m \frac{\dot{x}^2(t_h) - \dot{x}^2(t_0)}{2t_h} \quad (13)$$

czyli ma wartość liczbową niezależną od tego, w jaki sposób zmienia się $x(t)$. Podczas hamowania $\Delta E_k < 0$, w granicznym przypadku, gdy samochód się zatrzyma $\dot{x}(t)$, spadek energii kinetycznej jest równy $\Delta E_k = -0,5m \cdot \dot{x}^2(t_0)$.

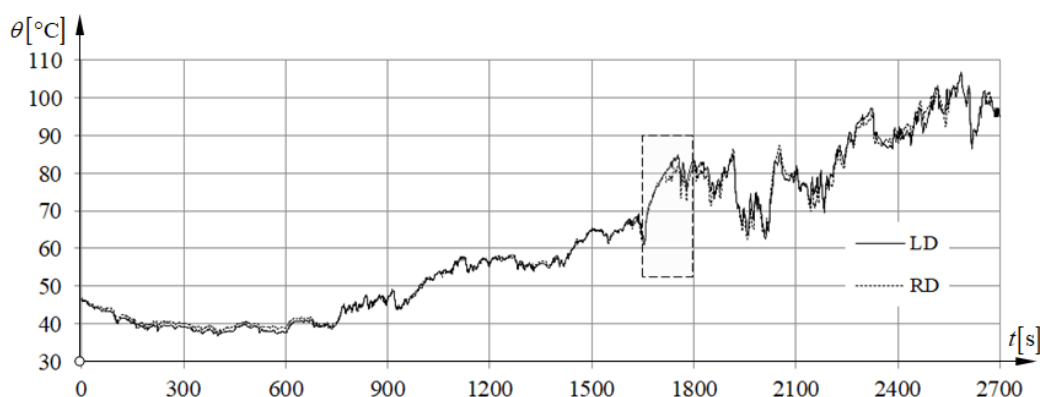
W tym modelu pominięto przykładowo siłę wiatru, sprawność dyferencjału, opory ruchu w łożyskach kół itp.

Równania przedstawione powyżej mogą stanowić fragment modelu matematycznego opisującego przekształcanie energii kinetycznej w rozpraszane ciepło z uwzględnieniem dynamicznej akumulacji ciepła w węźle cieplnym. Rozwikłanie tego modelu, czyli określenie temperatury tarczy hamulca w zależności od wybranych parametrów (nie wszystkich), np.: $\theta_d = f(\Delta v, p_{pn}, m, n, \beta, \dots)$, prowadzi do opisu analitycznego, który absolutnie nie nadaje się do praktycznego wykorzystania.

3. Model na podstawie badań doświadczalnych

3.1. Model statystyczny

Ujęcie statystyczne wymaga dużej liczby danych, dlatego zrealizowano badania na obiekcie rzeczywistym (ciągnik siodłowy plus trzyosiowa naczepa) podczas hamowania w terenie górzystym, pagórkowatym, płaskim – przez kilkadziesiąt godzin. Otrzymano wyniki różnorodnych procesów hamowania, np. długotrwałego, krótkotrwałego, pulsacyjnego.

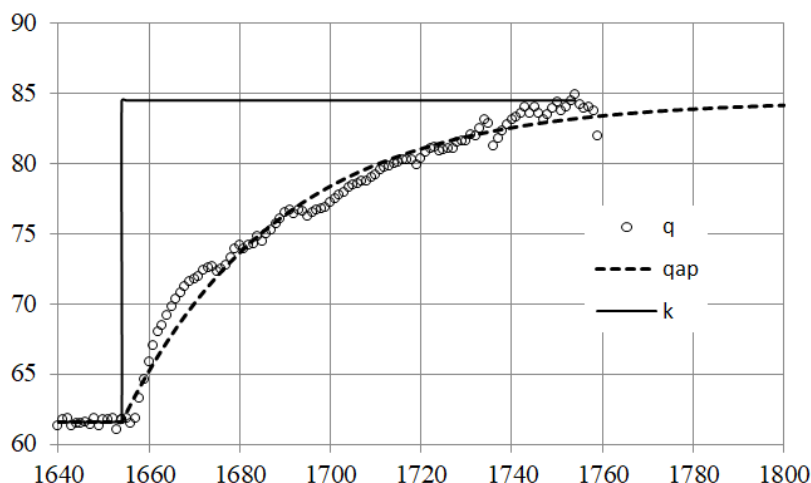


Rys. 3. Przykładowy zmierzony przebieg temperatury [opracowanie własne]

Fig. 3. An example of a measured temperature course [own study]

Na rys. 3 przedstawiono zmierzony przebieg temperatury na tej samej osi z lewej (LD) i prawej (RD) strony samochodu przez 45 min (0,75 h). Zaznaczony

linią przerywaną fragment krzywej ilustrującej wyniki pomiarów wykorzystano do opracowania wspomnianego we wprowadzeniu modelu matematycznego. Fragment ten jest szczegółowo przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4. Fragment krzywej pomiarowej służący do określenia transmitancji [opracowanie własne]

Fig. 4. Part of the measurement curve used to determine of transfer function [own study]

3.2. Postać modelu

W tej części pracy przedstawiono metodę określenia transmitancji węzła ciernego (czyli właściwości dynamicznych) na podstawie jednego zarejestrowanego procesu hamowania podczas wybranej serii pomiarów.

Przyjęto, że badany obiekt ma właściwości obiektu statycznego 1. rzędu, czyli transmitancję w postaci:

$$G(s) = \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_{\infty}} = \frac{k}{Ts + 1} \quad (14)$$

gdzie:

- $\Delta\theta = \theta - \theta(0)$ – przyrost wartości temperatury, w [K],
- $\Delta\theta_{\infty} = \theta_{\infty} - \theta(0)$ – przyrost wartości temperatury określający nowy stan ustalony, w [K],
- $\theta_D(0)$ – temperatura tarczy hamulcowej w chwili rozpoczęcia hamowania,
- $\theta_D(t)$ – temperatura tarczy hamulcowej podczas hamowania w czasie t ,
- k – współczynnik wzmocnienia obiektu,
- T – stała czasowa obiektu.

Transmitancja określona wzorem (14) jest obrazem równania różniczkowego w postaci [1]:

$$T \frac{d\Delta\theta}{dt} + \Delta\theta = k \quad (15)$$

dla zerowych warunków początkowych.

Rozwiązanie tego równania ma postać:

$$\Delta\theta(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (16)$$

Jeżeli przyjmiemy, że $k = \Delta\theta_{\infty}$, można napisać:

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_{\infty} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (17)$$

Podczas badań laboratoryjnych wartość $k = \Delta\theta_{\infty}$ jest mierzona. Wówczas metoda podręcznikowa polegałaby na znalezieniu stałej czasowej badanego obiektu na podstawie analogowo zarejestrowanego przebiegu procesu poprzez wykreślenie linii poziomej równoległej do osi czasu w odległości $0,632 \Delta\theta_{\infty}$, czyli całkowitego przyrostu temperatury tarczy podczas hamowania (patrz rys. 3). Współrzędna czasowa tego punktu jest stałą czasową badanego obiektu. Jednakże przyrost $\Delta\theta_{\infty}$ podczas badań eksploatacyjnych jest trudno znaleźć, dlatego należało przyjąć, że jest nieznanym i wobec tego poszukiwać dwóch parametrów transmitancji.

3.3. Określenie transmitancji

Przykład ten ilustruje możliwości wykorzystania współczesnej techniki obliczeniowej dostępnej praktycznie dla każdego, czyli arkusza kalkulacyjnego Excel.

W przypadku proponowanej metody do analizy przyjęto kilkadziesiąt wyników badań, przebieg krzywej aproksymującej do tych wyników dopasowano metodą najmniejszych kwadratów. Do dopasowania wykorzystano funkcję celu, jaką była suma kwadratów odchyleń krzywej aproksymującej od wyników badań.

$$f(k, T) = \sum_i (\theta_{api} - \theta_{mi})^2 \quad (18)$$

θ_{api} – i-ta temperatura wyznaczona na podstawie funkcji aproksymującej,

θ_{mi} – i-ta temperatura zmierzona określająca nowy stan ustalony.

Proces minimalizacji funkcji (18) odbywał się w następujących krokach:

1. Przyjęto, że analizie zostaną poddane wyniki pomiarów $t \in \langle 1640; 1800 \rangle$ s, czyli proces trwający $\Delta t = 160$ s.
2. Przedział czasu podzielono na następujące fragmenty:
 - $1640 \leq t < 1644$ – stygnięcie węzła ciernego, temperatury w tych punktach nie brano pod uwagę,
 - $1645 \leq t < 1653$ – quasi-stacjonarna temperatura tarczy, dla tych wartości wyznaczono wartość średnią i tę wartość przyjęto jako dolną wartość wymuszenia,
 - $t = 1653$ – rozpoczęcie procesu hamowania,
 - $1654 \leq t < 1754$ – proces hamowania, na podstawie tych danych wyznaczono parametry szukanej transmitancji k, T (14),

- $t \geq 1754$ – wszystkie wyniki pomiaru temperatury odrzucono, w tym czasie brak było hamowania, na wykresie rys. 4 wyniki pomiaru przedstawiono jedynie dla $1754 \leq t \leq 1760$,
- 3. Przesunięto oś czasu, początek osi znajdował się w punkcie $t = 1654$ s.
- 4. Założono wstępne wartości $k = 25$; $T = 50$ s, dla tych wartości wyznaczono wartość funkcji celu $\Sigma \Delta \theta = 259,55$
- 5. Uruchomiono nakładkę SOLVER, przy jej pomocy uzyskano minimalną wartość funkcji celu $\Sigma \Delta \theta = 95,78$ dla parametrów $k = 22,89$ i $T = 24,81$ s, na rys. 4 jest to krzywa θ_{ap} .

4. Podsumowanie

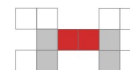
Znaleziony w postaci transmitancji model wzrostu temperatury tarczy hamulcowej jest istotny do określenia właściwości termicznych układu hamowania. Istotna jest stała czasowa T , która dobrze ilustruje zmiany temperatury tarczy istotne dla zmian właściwości ciernych układu klocki hamulcowy – tarcza, co wiąże się ze zmianą siły hamowania.

Wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego do parametrów określenia założonej transmitancji ma istotne zalety:

1. Można znaleźć krzywą aproksymującą na podstawie częściowych wyników badań. W odróżnieniu od metody klasycznej nie musi być znana wartość k .
2. W klasycznej metodzie stała czasowa T określana jest na podstawie jednego punktu pomiarowego, jest to czas, dla którego wielkość mierzona przyjmie wartość $\theta_m = 0,632 \theta_\infty$. Przy aproksymacji metodą elementów skończonych pod uwagę jest branych wiele punktów, w analizowanym przykładzie $i = 101$. Fakt ten czyni ten sposób znajdowania transmitancji bardziej wiarygodnym.

Bibliografia

- [1] Knopik, L., Perczyński D., Peszyński K., Szews M., „Analiza statystyczna temperatur węzłów ciernych naczepy trójosiowej”, *Logistyka* (2015), 1915–1925.
- [2] Peszyński, K., Siemieniako, F., „Sterowanie Procesów. Podstawy i przykłady”. Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej, Bydgoszcz 2002.
- [3] Solodovnikov, V.V., „Staticzeskaja dynamika linejnych sistem avto-mati-czeskogo upavlenija” (pol. „Dynamika statystyczna liniowych systemów sterowania automatycznego”), GIFTL. Moskwa 1957.
- [4] Szews, M., Knopik, L., Perczyński, D., Peszyński, K., „Analiza zmian wartości temperatury hamulców naczep ciągników siodłowych”, *Logistyka* 6(2014).
- [5] Szews, M., Perczyński, D., Knopik, L., Wawrzyniak, S., „Temperature analysis dependence in the vicinity of the brake disk” (pol. „Analiza rozkładu temperatury w pobliżu tarczy hamulcowej”), *Proceedings of 23rd Intern. Conf. Engineering Mechanics 2017*, Svratka, Czech Republic.
- [6] Wang, G., „Impact of Brake Pad Structure on Temperature and Stress Fields of Brake Disc” (pol. „Wpływ struktury klocków hamulcowych na pola temperatury i naprężenia w tarczy hamulcowej”), *Advances in Materials Science and Engineering*. 2013.



**Lista recenzentów prac opublikowanych w numerach
15(8)2020 oraz 16(8)2020**

dr hab. Małgorzata Andrzejewska, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Patrycja Bałdowska-Witos	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
prof. dr hab. inż. Andrzej Bochat	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Piotr Domanowski, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Szymon Grymek, prof. uczelni	Politechnika Gdańska
dr szt. Marcin Jędrzak	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Tomasz Kałaczyński	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Jerzy Kaszkowiak	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Weronika Kruszelnicka	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Marek Macko, prof. uczelni	Uniwersytet Kazimierza Wielkiego
dr hab. inż. Adam Mazurkiewicz, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Klaudiusz Migawa, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Janusz Musiał, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Łukasz Muślewski, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Daniel Perczyński	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Kazimierz Peszyński, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Izabela Piasecka, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Tomasz Piątkowski, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Robert Polasik	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Emil Smyk	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Michał Stopel	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr inż. Mateusz Wirwicki	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
dr hab. inż. Marcin Zastempowski, prof. uczelni	Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
prof. dr hab. inż. Bogdan Żółtowski	Uczelnia Techniczno-Handlowa im. H. Chodkowskiej